



**Universidad Veracruzana**

---

**Facultad de Economía  
Maestría en Economía Ambiental y Ecológica**

**CONTAMINACIÓN POR EMISIONES DE  
CO<sub>2</sub> EN EL  
MODELO DE CRECIMIENTO  
ECONÓMICO DE  
RAMSEY-CASS-KOOPMANS:  
EL CASO DE MÉXICO**

**TESIS**  
que para obtener el título de  
**M. en Economía Ambiental y Ecológica**

**PRESENTA:**  
**Ángel Rafael Barrientos Cruz**

**CODIRECTORES:**  
**Dr. Marco Antonio Méndez Salazar**  
**Dr. Edson Valdés Iglesias**

# Índice general

|                                                                                  |           |
|----------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Introducción</b>                                                              | <b>1</b>  |
| <b>1. Desde la perspectiva de la teoría económica.</b>                           | <b>7</b>  |
| 1.1. La contaminación como externalidad. . . . .                                 | 7         |
| 1.2. Internalización del daño ambiental. . . . .                                 | 8         |
| 1.3. Análisis de largo plazo de la contaminación. . . . .                        | 9         |
| 1.4. Problema de Ramsey-Cass-Koopmans (RCK) . . . . .                            | 10        |
| <b>2. Avances empíricos y teóricos en la modelación de costos de mitigación.</b> | <b>13</b> |
| 2.1. Evaluación de costos de mitigación. . . . .                                 | 13        |
| 2.2. Control óptimo de la contaminación. . . . .                                 | 16        |
| <b>3. Análisis de puntos silla.</b>                                              | <b>20</b> |

|                                                                       |        |
|-----------------------------------------------------------------------|--------|
| 3.1. Crecimiento óptimo en el modelo RKC ambiental. . . . .           | 22     |
| 3.2. Estimación de modelos ARMAX. . . . .                             | 24     |
| 3.3. Parametrización del modelo RKC ambiental<br>para México. . . . . | 27     |
| <br>4. ¿Es efectivo controlar la contaminación en México?.            | <br>34 |
| <br>Anexo                                                             | <br>37 |
| <br>A. Datos                                                          | <br>37 |
| <br>B. Tasa de crecimiento de la fuerza laboral                       | <br>40 |
| <br>C. Identificación y verificación ARMAX                            | <br>41 |
| <br>D. <i>RCK ambiental vs. RCK original.</i>                         | <br>47 |
| <br>Bibliografía                                                      | <br>52 |

# Índice de figuras

|                                                                                                                                                              |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 3.1. Isoclinas y diagrama de fase del modelo RCK original. . . . .                                                                                           | 29 |
| 3.2. Diagramas de fase del modelo RCK ambiental. . . . .                                                                                                     | 33 |
| A.1. Datos utilizados para México, 1960–2017. . . . .                                                                                                        | 39 |
| B.1. Tasa de crecimiento de la fuerza laboral como constante exógena, $n$ . . . . .                                                                          | 40 |
| C.1. Verificación del modelo ARMAX de $\ln y_t$ (3.9). . . . .                                                                                               | 43 |
| C.2. Verificación del modelo ARMAX de $s_t$ (3.14). . . . .                                                                                                  | 45 |
| C.3. Datos estimados por modelos ARMAX para México, 1960–2017. . . . .                                                                                       | 46 |
| D.1. Precio sombra del $\text{CO}_2$ ( $\tau$ ), y porcentajes del modelo <i>RCK ambiental</i> respecto al modelo <i>RCK original</i> , para México. . . . . | 48 |

# Índice de tablas

|                                                                   |    |
|-------------------------------------------------------------------|----|
| 3.1. Regresión ARMAX de $\ln y_t$ para México, 1960–2017. . . . . | 25 |
| 3.2. Regresión ARMAX de $s_t$ para México, 1960–2017. . . . .     | 27 |
| A.1. Datos utilizados para México, 1960–2017. . . . .             | 37 |
| C.1. Identificación del modelo ARMAX de $\ln y_t$ . . . . .       | 42 |
| C.2. Identificación del modelo ARMAX de $s_t$ . . . . .           | 44 |

# Introducción

El calentamiento global y otros cambios significativos en los patrones climáticos, debidos en gran parte al efecto invernadero, han recibido mayor atención en los últimos cinco lustros ([Nordhaus, 1992](#)). De acuerdo con el Panel Intergubernamental sobre Cambio Climático (IPCC), las emisiones derivadas de la quema de combustibles fósiles serán la influencia dominante en las tendencias de concentración atmosférica de dióxido de carbono ( $\text{CO}_2$ ) durante el siglo XXI ([IPCC, 2001b, 2014](#)). Las emisiones de gases de efecto invernadero (GEI) contabilizan el  $\text{CO}_2$ , metano ( $\text{CH}_4$ ), óxido nitroso ( $\text{N}_2\text{O}$ ), hidrofluorocarbonos ( $\text{HFC}_s$ ), perfluorocarbonos ( $\text{PFC}_s$ ) y hexafluoruro de azufre ( $\text{SF}_6$ ), tal como se enuncia en el Protocolo de Kioto ([ONU, 1998](#)).

Debido a la falta de conocimiento sobre las fuentes y sumideros de  $\text{CO}_2$ , así como de la interacción no lineal entre ellos, no se puede descartar la posibilidad de que la contaminación por emisiones de dicho gas sea responsable de un daño irreversible al equilibrio ecológico en el futuro cercano ([Begon et al., 2006](#)). A medida que aumenta la concentración de  $\text{CO}_2$  en la atmósfera, los océanos y la tierra absorberán una fracción decreciente de las emisiones antropogénicas de  $\text{CO}_2$  ([IPCC, 2001b, 2014](#)). El aumento de las emisiones de  $\text{CO}_2$  de origen antropogénico, aunado con las disminuciones fotosintéticas por la baja en la cobertura vegetal (causada por incendios masivos o cambios de uso de suelo), junto con fenómenos naturales como *El Niño*, pueden alterar el ciclo global del carbono en sus procesos de intercambio interno de los subsistemas (atmósfera, biósfera, litósfera y aguas superficiales de los océanos) e influir en la capacidad de los sistemas ambientales para regenerarse a lo largo del tiempo. Por esta razón, la contaminación emitida hoy puede perjudicar la capacidad de asimilación futura de los sistemas ambientales ([Siebert y Nixdorf, 1987](#); [Begon et al., 2006](#); [Sonnemann y Grygalashvily, 2013](#)).

Según la Administración Nacional Oceánica y Atmosférica (NOAA) del Departamento de Comercio de los Estados Unidos, las tendencias recientes en las concentraciones troposféricas globales de  $\text{CO}_2$ , de 411.46 partes por millón (ppm) para 2020, y la tasa de crecimiento anual promedio de la concentración global de  $\text{CO}_2$ , de  $1.55 \text{ ppm} \cdot \text{año}^{-1}$  en el período 1959–2020, merecen atención y acción ([NOAA, 2020](#)). De acuerdo con datos del IPCC, se debe considerar el potencial de calentamiento global (GWP) generado por las emisiones de  $\text{CO}_2$  ([IPCC, 2013](#)); además, se debe contemplar el consenso generalizado en la

literatura sobre la gran dispersión de valores para su tiempo de vida, por ejemplo, tiempos de vida atmosférica de 120 años (Nordhaus, 1992), 130 años (Sonnemann y Grygalashvily, 2013), o rangos que van de los 100 a 300 años (IPCC, 2013). Los datos indican que el  $\text{CO}_2$  se está acumulando *a ritmos acelerados*, porque hay más cantidad de emisiones, y porque éstas cuentan con un largo tiempo de vida atmosférica: tales emisiones generarán daños por acumulación a las futuras generaciones. Queda claro que el principal daño es el incremento de la temperatura: el IPCC (2001b, 2014) estima que para el año 2100 se esperan concentraciones atmosféricas de  $\text{CO}_2$  de entre 550 y 970 ppm (esto es, de 90 a 250% arriba de la concentración de la era preindustrial, de 280 ppm), mismas que provocarán un incremento global de la temperatura superficial media de entre 3.7 y 4.8°C. La rapidez de los procesos físicos que causan la dispersión espacial uniforme del  $\text{CO}_2$ , junto con su larga vida útil en la atmósfera, implican que sus concentraciones promedio a lo largo de un año no difieran entre puntos geográficos; solo existen variaciones de corto plazo en la tasa de concentración debido a variaciones fotosintéticas de efecto estacional en los hemisferios norte y sur (el  $\text{CO}_2$  esta mezclado uniformemente). Por esta razón, la dimensión espacial del control del  $\text{CO}_2$  ya no tiene una relevancia directa, resaltando así la persistencia de los acervos a lo largo del tiempo; de esta manera, la dimensión temporal es la que adquiere crucial importancia para el control de las emisiones (Perman et al., 2003).

A nivel internacional, de acuerdo a estimaciones del Centro Común de Investigación (JRC) de la Comisión Europea, la Agencia de Evaluación Ambiental de los Países Bajos (PBL) y la base de Datos de Emisiones para la Investigación Atmosférica Global (EDGAR), México en cuanto a metano en el año 2012 emitió 116,704.6 kilotoneladas métricas (kt) de  $\text{CH}_4$  —en términos de  $\text{CO}_2$  equivalente ( $\text{CO}_2\text{eq}$ )— ubicándose en el décimo lugar a nivel mundial, tercer lugar dentro de los países de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), y como segundo lugar en América Latina y el Caribe. En cuanto emisiones de óxido nitroso en el mismo año México emitió 43,436.3 kt de  $\text{N}_2\text{O}$  ( $\text{CO}_2\text{eq}$ ), ubicándose en el doceavo lugar a nivel mundial, tercer lugar dentro de los países de la OCDE, y como tercer lugar en América Latina el Caribe (EDGAR, 2019). En cuanto al dióxido de carbono para el año 2017, de acuerdo con las últimas estimaciones del CDIAC, la NOAA y el Proyecto Global del Carbono (GCP), México emitió 490,294.6 kt de  $\text{CO}_2$ , ubicándose en el onceavo lugar a nivel mundial, sexto lugar dentro de los países de la OCDE, y como primer lugar en América Latina el Caribe (CDIAC, 2019a).

De acuerdo a los datos del Instituto Nacional de Ecología y Cambio Climático (INECC), en 2015 fueron de 682,959.1 kilotoneladas métricas (kt) de  $\text{CO}_2$  equivalente ( $\text{CO}_2\text{eq}$ ), es decir las emisiones generadas por las actividades de los distintos sectores como: energía, procesos industriales y uso de productos, agricultura, silvicultura y otros usos de la tierra; y residuos, sin incluir las absorciones por las permanencias de cambio de uso del suelo y silvicultura (USCUSS). En ese año, las emisiones netas, al descontar las absorciones por permanencias, fueron de 534,613.03 kt de  $\text{CO}_2\text{eq}$ . De hecho, durante 1990 a 2015 tuvieron un incremento de 80.3% (INECC, 2019). Durante 2015, en México la contribución de las emisiones netas de los GEI de las diferentes unidades de emisión en términos de  $\text{CO}_2\text{eq}$  fue la siguiente: la categoría energía representó el 89.95% (480,878.83 kt); agricultura, silvicultura y otros usos de la tierra, 19.09% (102,059.5 kt); procesos industriales y uso de productos, 10.12% (54,111.76 kt); residuos, 8.59% (45,909.01 kt); y la absorción por USCUS, 27.75% (148, 346.07 kt) (INECC, 2019). En México las emisiones netas de  $\text{CO}_2$ , fueron de 338,676.74 kt para el año 2015, contribuyendo con el 63.35% al total de las emisiones netas de GEI. Las absorciones por USCUS de  $\text{CO}_2$  para 2015 estimadas, provenientes de las permanencias de tierras forestales, pastizales y tierras agrícolas, fueron de 147,898.94 kt. El 67.76% de las emisiones totales de  $\text{CO}_2$  en México provienen de la quema de combustibles fósiles, estimaciones reportadas en la categoría de energía, la cual contribuyó con 70.20% al total de emisiones de  $\text{CO}_2$  (INECC, 2019). En México, los sectores/categorías de emisión más relacionadas con las actividades de emisión, reducción y absorción de emisiones de  $\text{CO}_2$  son las industrias de generación y distribución de energías (tanto renovables como no renovables), manufacturera, química, de la construcción, transporte, producción minero-metalúrgica, emisiones fugitivas de combustibles fósiles, disposición y manejo de desechos, forestal y agrícola (ONU, 1998; INECC-SEMARNAT, 2015). Es claro que el problema de las emisiones de  $\text{CO}_2$  no se origina en una industria en particular, ni siquiera en un sector específico de actividad económica; por ello, es necesario especificar un modelo de equilibrio general dinámico que incorpore las decisiones de los hogares y las empresas que se encuentran en diversos mercados.

El problema de la contaminación por emisiones de  $\text{CO}_2$  se complica si se toma en cuenta que la mayor parte de las unidades individuales de producción y consumo inmersas en la economía son demasiado pequeñas como para ocuparse de internalizar los costos de mitigación de la contaminación (Van Der Ploeg y Withagen, 1991, p. 224), esto representa

un verdadero problema en términos de calidad ambiental y bienestar para las generaciones futuras, ya que las decisiones de política ambiental, fundadas en el control del proceso de consumo y producción en el largo plazo a través del propio mercado desconocen la incertidumbre que predomina en los procesos económicos y ambientales (Siebert y Nixdorf, 1987). Por lo tanto, es necesario considerar que el acervo de capital productivo y no productivo, la tecnología productiva y no productiva (siendo no productivo cuando el capital o la tecnología se destinan a la reducción de la contaminación o actividades de limpieza del medio ambiente y no a la producción directa de bienes y servicios), la estructura económica sectorial, así como el entorno institucional de la economía actual (que establece incentivos económicos), se transmiten de manera intergeneracional. Así, las generaciones futuras serían incapaces de cambiar estas estructuras y restricciones de inmediato para remediar el deterioro de la calidad ambiental derivado de la contaminación subproducto de las actividades de producción y consumo de las generaciones pasadas (Siebert y Nixdorf, 1987; Van Der Ploeg y Withagen, 1991).

El propósito de esta investigación es analizar la relación existente entre contaminación atmosférica por acervo de  $\text{CO}_2$ , producción real y consumo de los hogares en la economía mexicana, teniendo en cuenta incentivos económicos para la solución de las externalidades provocadas por dicha contaminación. Dado que el uso del medio ambiente no se realiza a cambio de un precio, el sistema económico carece de mecanismos de control que limiten el uso excesivo de los recursos naturales y la distorsión del medio ambiente generada por la contaminación; como consecuencia, no existen incentivos dentro del sistema económico para desarrollar nuevas tecnologías para la reducción de la contaminación derivada de los procesos productivos, ni incentivos para utilizar recursos en actividades de limpieza del medio ambiente (Siebert y Nixdorf, 1987). Por lo anterior, es trascendente contar con modelos de equilibrio general dinámicos no computables, basados en la *teoría del control óptimo*, que permitan analizar la aplicación de distintas políticas ambientales para frenar la contaminación, considerando nuevas tecnologías para su reducción, actividades de limpieza ambiental, e incentivos para disminuir emisiones, para explicar su impacto sobre los agentes económicos —en particular, el aparato productivo— en el largo plazo. Esta investigación cuenta con la implicación práctica de proporcionar el precio sombra de cada unidad adicional de emisión de  $\text{CO}_2$  a la atmósfera (la variable de coestado del problema de optimización dinámica). De manera que se resuelve el problema práctico de establecer

un valor económico para las emisiones de  $\text{CO}_2$  en la atmósfera en cualquier instante de tiempo mediante un precio sombra igual al daño marginal prevenido de 1 unidad de emisión, y si se internaliza el daño por contaminación, el precio sombra tendría diversos usos: como la de proponer una tasa impositiva pigouviana, o una cuota equivalente para el control de las emisiones de  $\text{CO}_2$  en la economía mexicana. Limitar y reducir las emisiones de  $\text{CO}_2$  y por consecuencia reducir los efectos de la contaminación por acumulación, es un compromiso intergubernamental de escala global. Controlar la contaminación por  $\text{CO}_2$  en México permitirá limitar y reducir la fracción de acumulación de  $\text{CO}_2$  con la que contribuimos como país al acumulado global de contaminantes atmosféricos. Asimismo, permitirá cuantificar costos de las acciones de mitigación (en términos reales, mediante sus equivalentes en acervo de capital físico, consumo, producción y bienestar) de la política ambiental en México.

Consecuentemente, esta investigación compara el acervo de capital físico, el consumo, la producción y la contaminación por  $\text{CO}_2$  en los estados estacionarios con comportamiento de punto silla con y sin control óptimo por emisión para economía mexicana; de modo que el modelo de crecimiento de Ramsey-Cass-Koopmans (RCK) predice que el control de las emisiones de  $\text{CO}_2$  provoca disminuciones en el acervo de capital físico, en el consumo y en el bienestar, estas disminuciones no representan una pérdida substancial respecto a los niveles de largo plazo que se obtendrían en ausencia de política ambiental, y que resultan en una mayor rapidez de convergencia hacia los niveles de estado estacionario. Estos hallazgos respaldan y amplían conclusiones de investigaciones anteriores, y se integran dentro de una conclusión generalizada aplicable al caso mexicano: al controlar un acervo de  $\text{CO}_2$ , las disminuciones en los niveles de estado estacionario no representan una pérdida substancial de bienestar en comparación con el resultado de mercado.

Esta investigación está organizada de la siguiente manera. En el Capítulo 1 se presenta el entorno teórico sobre la contaminación como una externalidad y su relación con el crecimiento económico, además brinda un panorama general del modelo de crecimiento óptimo Ramsey-Cass-Koopmans (RCK). En el Capítulo 2, en primera instancia, se muestran de manera breve las contribuciones empíricas de modelación de costos de mitigación que se ha desarrollado para el caso mexicano, para concluir con una presentación teórica del trabajo que se ha desarrollado para el control óptimo de la contaminación. Los datos,

metodología, resultados econométricos y del análisis de puntos silla en el modelo de crecimiento económico Ramsey-Cass-Koopman con contaminación por acervo de  $\text{CO}_2$  de esta investigación se presentan en el Capítulo 3. El Capítulo 4 presenta la discusión sobre la dinámica del espacio tetradimensional y la aplicación de cargos óptimos para controlar la contaminación por acervo de  $\text{CO}_2$  en la economía mexicana; y finalmente se presentan las conclusiones de la investigación.

# Capítulo 1

## Desde la perspectiva de la teoría económica.

La contaminación es un subproducto indeseable de las actividades de producción y consumo, se asimila de forma gradual y parcial por el medio ambiente, provocando daños en el largo plazo. Es inevitable, ya que toda actividad de producción y consumo genera un flujo de materia y energía como desecho de alta entropía que no tiene otro uso, y que el medio ambiente recibe a manera de sumidero debido a su interdependencia con el sistema económico ([Georgescu-Roegen, 1986](#); [Daly, 1990](#); [Costanza et al., 1999](#)). La contaminación se puede reducir produciendo menos, e invirtiendo en limpieza del medio ambiente, pero ninguna de estas dos situaciones se produce cuando se dejan al arbitrio del mercado ([Van Der Ploeg y Withagen, 1991](#)).

### 1.1. La contaminación como externalidad.

Existe una externalidad siempre que el bienestar de un consumidor, o las posibilidades de producción de una empresa, se vean directamente afectados por las acciones de otro agente ([Mas-Colell et al., 1995](#)). Al decir “directamente” se excluye cualquier efecto que

esté mediado por los precios de mercado. La contaminación se comporta como una externalidad puesto que genera un efecto negativo (físico, biológico, químico, auditivo, etc.) en el medio ambiente, y como consecuencia una reacción humana (desagrado, preocupación, ansiedad, enfermedad, etc.); por tanto, es un costo externo negativo que causa una pérdida de bienestar no compensada a través de los mecanismos del mercado (Pearce y Turner, 1990, p. 61). Las ideas y debates más relevantes sobre el problema de las externalidades pueden consultarse en los trabajos teóricos y empíricos de Pigou (1920), Bator (1958), Coase (1960), Buchanan y Stubblebine (1962), Turvey (1963), Mishan (1971), Randall (1983), y Baumol y Oates (1988).

Al referir la contaminación como una externalidad, es importante hacer una distinción según su mecanismo de daño. De acuerdo con Perman et al. (2003), se pueden distinguir dos clases de contaminación, la contaminación por flujo-daño y la contaminación por daño de acervo; aunque en muchos casos estos tipos de contaminación coexisten. La contaminación por flujo-daño ocurre cuando el daño es producido por un flujo de residuos: es decir, de la velocidad con la que se descargan en el sistema ambiental. Un ejemplo ocurre cuando el contaminante solo existe en forma de energía (tal como ruido o luz), de manera que cuando la emisión de energía cesa no se acumulan residuos (Perman et al., 2003). La contaminación por daños de acervo describe el caso cuando los daños sólo dependen del acervo del contaminante en el sistema ambiental en cualquier momento; aquí el contaminante tiene una vida útil positiva, y sus emisiones se producen a un ritmo que excede la capacidad de asimilación del medio ambiente. Por ejemplo, los GEI o el caso extremo de contaminantes con capacidad de asimilación nula como algunos productos químicos sintéticos y metales pesados (Perman et al., 2003).

## 1.2. Internalización del daño ambiental.

El daño ambiental se puede mitigar compensando el costo externo de la contaminación. Las principales categorías de mitigación son *políticas orientadas al mercado*: impuestos y subsidios, cargos por emisión, permisos de emisión negociables, préstamos blandos, así como desarrollo de un mercado para reducir costos de transacción; *políticas orientadas a*

*la tecnología*: normas y estándares, cargos de efluentes o usuarios, creación de capacidad institucional, y esfuerzos de desarrollo de mercado; *políticas voluntarias*: ecoetiquetado y acuerdos voluntarios; *políticas de investigación y desarrollo*: programas de investigación e innovación; y *medidas de acompañamiento*: conciencia pública, difusión de información, educación, transporte, y servicios de consultoría gratuitos (IPCC, 2001a, p. 490).

Los mecanismos más usuales de política ambiental son los impuestos-subsidios pigouvianos, mercados para permisos de contaminación, derechos de propiedad y restricciones de cuotas obligatorias (Van Der Ploeg y Withagen, 1991; Varian, 1992; Mas-Colell et al., 1995). Dichos mecanismos de política ambiental son imperfectos. El problema con los impuestos-subsidios pigouvianos radica en que las autoridades fiscales solo conocen imputaciones de los costos de dichas externalidades para establecer los niveles óptimos del impuesto-subsidio. Los mercados para permisos de contaminación son limitados, y tienden a comportamientos de mercados no competitivos (Varian, 1992; Mas-Colell et al., 1995). En el caso de los derechos de propiedad existen costos de transacción no nulos, información asimétrica e indefinición en sus dotaciones iniciales (Nicholson, 2005). Finalmente, respecto a las restricciones de cuotas obligatorias el problema radica en la dificultad de aplicar los estándares de emisión y sus altos costos administrativos (Van Der Ploeg y Withagen, 1991).

### 1.3. Análisis de largo plazo de la contaminación.

Se ha considerado a la contaminación ambiental como un problema de externalidades, sin embargo, las soluciones basadas en el mercado para internalizar las externalidades bilaterales son ineficientes ante las externalidades multilaterales de la contaminación debido a los costos de transacción que generan los numerosos agentes económicos. Por lo tanto, se requiere algún tipo de intervención gubernamental en los mercados para internalizar las externalidades. Teniendo esto en cuenta, Keeler et al. (1971), Forster (1973), Van Der Ploeg y Withagen (1991) y Saltari y Travaglini (2017) sugieren que la asignación óptima del planificador se implemente mediante el control óptimo de la contaminación, pues proporciona información sobre el uso de mecanismos para dirigir patrones de

consumo y producción. Los supuestos planteados en los modelos de crecimiento neoclásico como la libre disposición de residuos y la nulidad de costos externos son poco realistas, pues todo proceso económico genera contaminación ambiental a manera de subproducto, en consecuencia, cualquier teoría del crecimiento económico óptimo que ignore estos efectos indirectos se encuentra incompleta ([Forster, 1973](#)).

Las externalidades de flujo o de acervo tienen efectos negativos intergeneracionales en el bienestar y productividad de los agentes económicos, por lo que los aspectos intertemporales de la contaminación refuerzan la relevancia de un enfoque dinámico de la teoría del control óptimo ([Keeler et al., 1971](#); [Van Der Ploeg y Withagen, 1991](#); [Saltari y Travaglini, 2017](#)). Estos autores emplean el modelo de Ramsey-Cass-Koopmans ([Ramsey, 1928](#); [Cass, 1965](#); [Koopmans, 1965](#)) para desarrollar modelos simples de crecimiento económico o acumulación de capital en un contexto de contaminación ambiental, modelos como los de punto fijo de horizonte finito con población nula o los que incorporan una población exógena con crecimiento exponencial en un entorno de horizonte infinito.

## **1.4. Problema de Ramsey-Cass-Koopmans (RCK)**

Para tratar un panorama más completo de las actividades de producción y consumo en el contexto de un problema dinámico de contaminación, se debe implementar un modelo de crecimiento económico neoclásico de optimización; en específico el modelo de crecimiento económico de Ramsey-Cass-Koopmans (RCK). La conveniencia del modelo RCK, es que, al ser un modelo de equilibrio general dinámico, constituye un marco analítico para determinar la forma en que los incentivos económicos afectan el comportamiento de la economía. Ya que la contaminación es, en esencia, un problema de ausencia de mercados, los cargos óptimos de emisión deben corresponder al precio social de una unidad adicional de contaminación ([Van Der Ploeg y Withagen, 1991](#)). Por esta razón es útil analizar las relaciones de consumo y, de producción en un modelo de equilibrio general dinámico. Un tratamiento teórico y matemático más detallado se puede encontrar en [Sala-i-Martin \(2000\)](#), [Barro y Sala-i-Martin \(2004\)](#) y [Acemoglu \(2009\)](#).

El modelo RCK analiza la asignación intertemporal óptima de recursos: las unidades económicas eligen entre consumo y ahorro para maximizar su utilidad dinástica, sujetos a una restricción presupuestaria intertemporal. Al mencionar “utilidad dinástica” se argumenta que existe en las preferencias de las unidades económicas (dinastías o familias con muchas generaciones) un comportamiento de altruismo hacia las generaciones futuras, realizado a través de transferencias intergeneracionales o herencias (Barro, 1974). Dicho comportamiento conduce a una situación en la cual las unidades económicas que toman las decisiones de consumo y ahorro actúen como si tuvieran un horizonte de planeación infinito (Acemoglu, 2009). Las preferencias de las unidades económicas dinásticas son iguales a:

$$W = \int_0^{\infty} e^{-\theta t} [u(c)] dt, \quad (1.1)$$

Donde  $\theta$  es constante y denota la tasa de descuento.  $u(c)$  denota la utilidad del consumo por trabajador,  $c$ . La producción se caracteriza por rendimientos constantes a escala, por lo tanto, el producto por trabajador  $y$ , es generado por el acervo de capital físico por trabajador,  $k$ , a través de una función de producción de forma intensiva  $y = f(k)$ , además,  $f(k)$  satisface las condiciones de Inada:  $\lambda \cdot f(k) = f(\lambda \cdot k) \forall \lambda$ ;  $\frac{\partial f(k)}{\partial k} > 0$ ,  $\frac{\partial^2 f(k)}{\partial k^2} < 0$ ;  $\lim_{k \rightarrow +\infty} \frac{\partial f(k)}{\partial k} = 0$ ,  $\lim_{k \rightarrow 0} \frac{\partial f(k)}{\partial k} = +\infty$ ; y  $f(0) = 0$ . La producción se consume, se invierte o se ahorra, y de este modo se tiene:

$$\dot{k} = f(k) - c - (\delta + n)k, \quad k(0) = k_0 \text{ dado}, \quad (1.2)$$

Donde  $n$  es la tasa de crecimiento exógena y constante de la fuerza laboral, con  $L(0) = 1$ , la fuerza laboral es  $L(t) = e^{nt}$ , y  $\delta$  es la tasa constante de depreciación del acervo de capital físico por trabajador. Debido a que no existen externalidades, el resultado del mercado es socialmente óptimo. El planificador social maximiza (1.1) sujeto a (1.2), y se obtiene la regla de Keynes-Ramsey:

$$\dot{c} = [f'(k) - \theta - \delta] \eta(c) \cdot c, \quad (1.3)$$

Donde  $\eta(c) = \frac{-u''(c) \cdot c}{u'(c)} > 0$  denota la elasticidad instantánea de sustitución intertemporal. Adicionalmente la condición de transversalidad es:

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \{k(t) \cdot [u'(c(t))] \cdot e^{-\theta t}\} = 0. \quad (1.4)$$



## Capítulo 2

# Avances empíricos y teóricos en la modelación de costos de mitigación.

### 2.1. Evaluación de costos de mitigación.

La estimación de los costos de mitigación del cambio climático —fundamental para la evaluación de las políticas ambientales— en la práctica se realiza a través de tres amplias clases metodológicas: *modelos tecnológicos o ingenieriles* (*modelación de abajo-arriba*, o *bottom-up*), *modelos económicos* (*modelación de arriba-abajo*, o *top-down*) y *modelos de evaluación integrada* (*Integrated Assessment Models, IAMs*) ([IPCC, 2001a](#)).

Los *modelos tecnológicos o ingenieriles* se centran en la tecnología utilizada por cada unidad emisora de contaminación, y en el análisis detallado de las dimensiones técnicas en cuanto a costos, consumo, y rendimiento energético; están orientados al análisis de la oferta y la demanda del sector energético, sin considerar el resto de los sectores de la economía; son, por ende, modelos de equilibrio parcial que tienden a generar costos de mitigación relativamente bajos ([IPCC, 2001a](#)). Generalmente omiten en su totalidad la teoría del crecimiento económico.

Por su parte, los *modelos económicos* consideran variables económicas agregadas — como producto, capital, trabajo y consumo—, muchas veces están microfundamentados y basados en los principios del equilibrio general entre el sector energético y otros sectores económicos (con mayor o menor grado de desagregación), no analizan las mejoras técnicas de la eficiencia energética de las tecnologías actuales ni las tecnologías disponibles en el futuro; tales modelos tienden a generar altos costos de mitigación (IPCC, 2001a). Como ejemplos de este tipo de modelación se encuentran: los modelos de insumo-producto (de Leontief), los modelos macroeconómicos (keynesianos o de demanda efectiva), y los modelos de equilibrio general computable (IPCC, 2001a).

Por último cabe destacar que, a nivel analítico y empírico, se recurre a relacionar el acoplamiento de la economía, el sector energético y el clima, para analizar los costos e implicaciones tecnológicas de las políticas de mitigación del cambio climático, esta vinculación se realiza mediante los *modelos de evaluación integrados* (modelos de optimización de políticas y modelos de evaluación de políticas), los cuales combinan elementos clave de los sistemas biofísicos y económicos en un sistema integrado (IPCC, 2001a).

Los *modelos de evaluación de políticas* son modelos recursivos o de equilibrio que generan trayectorias de las variables importantes sin optimizar un resultado económico o ambiental, en cambio, los *modelos de optimización de políticas* maximizan una función objetivo —función de bienestar neto— y se utilizan para evaluar trayectorias de variables o políticas alternativas (IPCC, 2001a). En algunos casos, la modelación IAMs y *top-down* prescinden del problema de la contaminación por CO<sub>2</sub> como un problema intergeneracional; por lo tanto, son inconsistentes en la cuantificación de los costos de mitigación de CO<sub>2</sub> en una escala de tiempo amplia (IPCC, 2001a).

Para el caso de México, hay diferentes contribuciones en modelación *bottom-up*, *top-down* y IAMs que realizan un análisis comparado entre regiones y países (modelados por separado), dentro de los modelos más destacados se encuentran los siguientes modelos IAMs: EPPA, Modelo de equilibrio general global (16 sectores económicos) con un enfoque *bottom-up* para modelar el sector energético y los cambios de uso del suelo, con 16 regiones que incluyen México y Brasil (Paltsev et al., 2005); IMAGE, Modelo energético global, con dos sub-modelos: uno para uso y cobertura del suelo, y otro para asignar costos

marginales de mitigación. Con 26 regiones, incluyendo México y Brasil ([Bouwman et al., 2006](#)); *POLES*, Modelo de simulación recursiva del sistema energético global con equilibrio general de los mercados energéticos, con estimaciones econométricas del consumo, con 50 regiones, incluyendo México y Brasil ([Kitous et al., 2010](#)); *PHOENIX*, Modelo de equilibrio general computable dinámico recursivo global (26 sectores económicos), con 26 regiones que incluyen México, Brasil, Colombia y Venezuela ([Sue Wing et al., 2011](#)); *GCAM*, Sistema de energía global y cambios de uso del suelo con una forma reducida del ciclo del carbono y el clima, con 32 regiones que incluyen México, Argentina, Brasil y Colombia ([Wise y Calvin, 2011](#)); *TIAM-ECN*, Modelo de sistema de energía global con optimización lineal *bottom-up* ([Van Der Zwaan et al., 2013](#); [Kober et al., 2014](#); [Rösler et al., 2014](#)). Más información de modelos en América Latina pueden consultarse en *CLIMACAP-LAMP project*, ([Van Der Zwaan et al., 2016](#)).

Sólo pocos modelos toman en cuenta los costos macroeconómicos de la mitigación; por ejemplo, [Octaviano et al. \(2016\)](#) estiman pérdidas entre 4 % y 11 % del PIB, y estima una reducción de emisiones acumuladas de 12.4 Gt CO<sub>2</sub>e para 2050. Por su parte, [Veysey et al. \(2016\)](#) estiman pérdidas entre 2 % y 4 % del PIB para 2030, y pérdidas entre 7 % y 15 % del PIB para 2050. [Renner et al. \(2017\)](#) simulan un impuesto al carbono de USD\$25 por tonelada de CO<sub>2</sub>, y encontró efectos de bienestar progresivos y reducciones sustanciales de emisiones en el corto plazo. Finalmente, [Landa Rivera et al. \(2016\)](#) estiman un impuesto al carbono de USD\$100 por tonelada para 2030 y USD\$700 para 2050.

Entre los modelos *IAMs*, caben destacar los modelos *DICE* (Dynamic Integrated model of Climate and the Economy) ([Nordhaus, 1992](#)) y *RICE* (Regional Integrated model of Climate and the Economy) ([Nordhaus y Yang, 1996](#)), los cuales empleando el modelo RKC suponen que las políticas ambientales y climáticas deben diseñarse para optimizar el flujo de consumo a lo largo del tiempo. Concluyen que el costo marginal del control del CO<sub>2</sub>, puede ser implantado de manera eficiente a través de impuestos, regulaciones o permisos negociables ([Nordhaus, 1992](#); [Nordhaus y Yang, 1996](#)).

## **2.2. Control óptimo de la contaminación.**

El control óptimo de la contaminación y el uso óptimo de los recursos naturales se han estudiado como problemas de optimización intertemporal del bienestar social con un horizonte infinito empleando la teoría del control óptimo: dado que no es posible predecir una fecha final para el funcionamiento de los sistemas ambientales, el enfoque de modelización más sencillo es pensar que no existe una (de lo contrario, deberíamos recurrir a herramientas más sofisticadas como los tiempos de paro estocásticos) ([Barrientos Cruz et al., 2019](#)). Por tal razón, es necesario recurrir a la teoría de control óptimo, que analiza la dependencia de las variables de estado (indicadoras de la evolución del sistema en el tiempo) ante cambios en las variables de control, para maximizar algún criterio de desempeño ([Lomelí y Rumbos, 2001](#)).

El problema general de control óptimo consiste en forzar una trayectoria para las variables de estado escogiendo los controles adecuados, de manera que se optimice algún objetivo. En las obras seminales [Pontryagin et al. \(1962\)](#), [Bellman \(1957\)](#), [Berkovitz \(1961\)](#), [Dantzig \(1966\)](#), se presentan los aspectos relevantes de la teoría del control óptimo como conceptos y análisis de problemas de optimización dinámica. Esta investigación relaciona diferentes contribuciones, respecto al control óptimo de la contaminación, [Keeler et al. \(1971\)](#), [Forster \(1973\)](#), [Mäler \(1974\)](#), [Gruver \(1976\)](#), [Brock \(1977\)](#), [Becker \(1982\)](#) y [Musu \(1989\)](#) realizan los primeros trabajos del proceso de control de la contaminación.

Por su parte, [Plourde \(1972\)](#), [Smith \(1972\)](#) y [Lusky \(1976\)](#) estudian las actividades de limpieza y de reciclaje de residuos, encuentran el precio sombra de un acervo de residuos; [Keeler et al. \(1971\)](#), [Forster \(1973\)](#), [Gruver \(1976\)](#), [Brock \(1977\)](#) y [Becker \(1982\)](#) consideran el efecto del flujo de contaminación sobre el bienestar, concluyen que, controlar la contaminación genera niveles inferiores de consumo y acervo de capital de estado estacionario respecto al resultado del mercado, determinan la optimalidad de las trayectorias del acervo de capital productivo y no productivo, y describen la relación entre la tasa de preferencia temporal y la equidad intergeneracional; mientras que [Mäler \(1974\)](#) relaciona el efecto del acervo de contaminación sobre el bienestar. Sólo [Keeler et al. \(1971\)](#) y [Musu \(1989\)](#) destinan capital para implementar de actividades de limpieza del ambiente. En

este marco de investigación, las emisiones de  $\text{CO}_2$  se acumulan con el tiempo, dando lugar a un acervo de contaminación, y considero los efectos del acervo de contaminación en el bienestar. Autores como [Tahvonen \(1991\)](#), [Tahvonen y Kuuluvainen \(1993\)](#), [Tahvonen y Salo \(1996\)](#) y [Tahvonen y Withagen \(1996\)](#) estudian modelos de uso óptimo de los recursos naturales renovables o no renovables, así como control del acervo de contaminación para determinar la acumulación óptima de acervo de capital. [Tahvonen \(1991\)](#) emplea modelos dinámicos de equilibrio parcial que combinan la recolección óptima de recursos renovables y el control óptimo de la contaminación; [Tahvonen y Kuuluvainen \(1993\)](#) realizan un modelo de crecimiento que permite la sustitución entre acervo de contaminación y acervo de capital, concluyen que, cuando existe control óptimo de la contaminación el consumo de estado estacionario es menor respecto al resultado del mercado, pero el equilibrio óptimo de estado estacionario puede no existir si la productividad marginal del capital se encuentra limitada; mientras que [Tahvonen y Withagen \(1996\)](#) y [Tahvonen y Salo \(1996\)](#), en el mismo contexto, modifican la especificación de la función de resiliencia ambiental para considerar no-convexidad en el acervo de contaminación y encuentran estados estacionarios cualitativamente diferentes.

Las investigaciones de [Nordhaus \(1982\)](#), [Van Der Ploeg y Withagen \(1991\)](#) y [Xepapadeas \(1992\)](#) confirman la superioridad de los impuestos Pigouvianos sobre las restricciones de cuotas vinculantes para el propósito internalizar las externalidades ambientales negativas. En estos modelos, el precio sombra que se obtiene del programa de control óptimo representa la cuantía de la política ambiental apropiada por unidad de contaminante. En particular, [Xepapadeas \(1992\)](#) descubre que incrementos en los cargos por emisión tendrán dos efectos complementarios en el largo plazo: una disminución de los insumos destinados a la producción, pero un incremento en los destinados a actividades de limpieza para reducción de la contaminación.

[Ramsey \(1928\)](#) elabora un modelo de crecimiento económico neoclásico, el cual es actualizado por [Cass \(1965\)](#) y [Koopmans \(1965\)](#), llegando a conocerse como el modelo de Ramsey-Cass-Koopmans (RCK). Estos autores analizan la asignación intertemporal óptima de recursos en un horizonte de planeación infinito: las unidades económicas eligen entre consumo y ahorro para maximizar el valor presente descontado de su utilidad dinástica, sujetos a una restricción presupuestaria intertemporal; por esta razón,

el modelo RCK constituye el marco analítico básico para el análisis de incentivos —en particular, los generados por la política económica— dentro de la teoría del crecimiento. Con esto en mente, [Keeler et al. \(1971\)](#), [Forster \(1973\)](#), [Van Der Ploeg y Withagen \(1991\)](#) y [Saltari y Travaglini \(2017\)](#) emplean el modelo RCK para analizar el control óptimo de la contaminación y el uso óptimo de los recursos naturales, en su relación con el crecimiento económico y el bienestar social de largo plazo.

[Van Der Ploeg y Withagen \(1991\)](#) encuentran que las actividades de limpieza y los cargos óptimos por emisión aumentan a la par que el acervo de contaminantes; y cuando se descuenta la desutilidad generada por la contaminación del medio ambiente en el contexto del modelo RCK, la trayectoria óptima para el acervo de capital resulta inferior a la del modelo original; mientras que [Saltari y Travaglini \(2017\)](#) concluyen que, en el estado estacionario, tanto el acervo de capital productivo como el capital destinado para reducir la contaminación permanecen inalterados en relación con el resultado de mercado; sin embargo, el consumo de estado estacionario se reduce para compensar la inversión en actividades de reducción de la contaminación.

Aunque esta investigación emplea el modelo RCK, también puede compararse con investigaciones que vinculan la contaminación y los modelos de equilibrio general con crecimiento endógeno. Por ejemplo, [Bovenberg y Smulders \(1995\)](#) consideran al capital natural como factor productivo y encuentran que el crecimiento a largo plazo aumenta si existe una menor contaminación y grandes participaciones de capital natural y físico en la producción. [Withagen \(1995\)](#), [Smulders y Gradus \(1996\)](#), [Pérez y Ruiz \(2007\)](#), [Itaya \(2008\)](#) y [Park y Philippopoulos \(2016\)](#) emplean producto o capital para actividades de limpieza de la contaminación. [Smulders y Gradus \(1996\)](#) determinan cómo la tecnología y las preferencias del consumidor influyen en la viabilidad y la optimización del crecimiento sostenible; en particular, [Withagen \(1995\)](#) muestra el efecto de las externalidades de acervo sobre las tasas óptimas de crecimiento a largo plazo, y encuentra trayectorias de crecimiento óptimo estables e inestables. [Pérez y Ruiz \(2007\)](#), [Itaya \(2008\)](#) y [Park y Philippopoulos \(2016\)](#) encuentran distintos efectos al aplicar instrumentos de política ambiental para aproximar una solución óptima o situaciones de segundo óptimo bajo condiciones de indeterminación local y global.

El marco analítico de esta investigación considera a las externalidades del acervo de  $\text{CO}_2$  y a las emisiones de  $\text{CO}_2$  como la base para establecer su precio sombra; por lo tanto, analizamos una extensión de las investigaciones de [Nordhaus \(1982\)](#), [Van Der Ploeg y Withagen \(1991\)](#), [Xepapadeas \(1992\)](#) y [Saltari y Travaglini \(2017\)](#), aplicada al caso de la economía mexicana. Siguiendo a [Van Der Ploeg y Withagen \(1991\)](#), esta investigación considera a las emisiones como un subproducto de la producción agregada, mientras que otras contribuciones, por ejemplo, [Saltari y Travaglini \(2017\)](#) tratan los desechos derivados del consumo agregado. Al introducir cargos óptimos por emisión en un modelo RCK, se puede determinar en qué medida el control de la contaminación por acumulación de  $\text{CO}_2$  en México provocaría alteraciones en las cantidades de capital físico, consumo, producción y bienestar de largo plazo.

## Capítulo 3

### Análisis de puntos silla.

#### Producto, consumo, capital, trabajo y $\text{CO}_2$ .

En esta investigación se necesitaron series temporales del producto, consumo, fuerza laboral y acervo de capital. Utilizando los datos de la inversión fija bruta disponibles en el Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI) se pudo haber construido la serie de tiempo del acervo de capital mediante el método de inventarios perpetuos ajustados (MIPA) aplicado por [Loría y de Jesús \(2007\)](#). El MIPA normaliza la serie del acervo de capital real suponiendo que se conoce el dato inicial y considerando un factor de ajuste para la serie, a partir del factor de ajuste y de la serie del acervo de capital real se calcula una nueva serie del acervo de capital real ajustado ([Almon, 1999](#); [Shiau et al., 2002](#); [Loría y de Jesús, 2007](#)); la serie de tiempo del consumo se pudo haber estimado mediante técnicas de agregación y la serie de la fuerza laboral a través una variable proxy ([INEGI, 2019](#)). Sin embargo, en esta investigación las variables económicas agregadas en términos anuales de México para el período 1960–2017 provienen de la Penn World Table (PWT) elaborada por el Centro de Crecimiento y Desarrollo de Groningen (GGDC), y el departamento de economía de la Universidad de California, Davis.

En la PWT las variables con periodicidad anual son reestimadas con suavizadores-métodos univariantes para proyecciones, y filtradas de sus componentes cíclicos, generando así series de tiempo de tendencia-ciclo. De la PWT se usaron las siguientes secciones: PIB real, empleo y población; Variables basadas en cuentas nacionales; y Proporciones del PIB real por el lado del producto en paridades actuales de poder adquisitivo (PPA).

La fuerza laboral,  $L$ , se obtuvo como número de personas empleadas, en millones (Feenstra et al., 2015). El PIB real,  $Y$ , es calculado por el lado de la oferta, y está medido en millones de dólares estadounidenses (MUSD\$) en PPA a precios de 2011 (Feenstra et al., 2015). Para homologar las unidades de medición del acervo de capital físico,  $K$ , y el consumo de los hogares,  $C$ , con las unidades de medición del PIB real por el lado de la oferta, se realizó lo siguiente: Para el acervo de capital físico, se calculó el acervo de capital físico como proporción del PIB real a precios nacionales constantes en MUSD\$ de 2011 y se multiplicó por el PIB real por el lado de la oferta en MUSD\$ en PPA a precios de 2011 (Feenstra et al., 2015); para el consumo de los hogares, se multiplicó la proporción del consumo de los hogares en PPA actual por el PIB real por el lado de la oferta en MUSD\$ en PPA a precios de 2011 (Feenstra et al., 2015).

Se realizó el encadenamiento estadístico de las series anuales a precios constantes mediante el método de tasa de crecimiento (Hexeberg, 2000; Blades, 2000; Correa et al., 2002), se obtuvieron series largas y comparables con las características temporales de las bases PTW 9.0 y PWT 9.1. Dados los años base  $k$  y  $k + h$ , y los valores  $PWT_{9.0k}^t$  y  $PWT_{9.1k+h}^t$ , para el momento  $t$ , en MUSD\$ en PPA a precios constantes de las bases  $k$  y  $k + h$  respectivamente, la metodología consiste en estimar iterativamente los valores encadenados para  $t = k + 1$  mediante:  $PWT_{9.0k}^{t=k+1} = \frac{PWT_{9.1k+h}^{t=k+h+1} \cdot PWT_{9.0k}^{t=k}}{PWT_{9.1k+h}^{t=k+h}}$ .

En esta investigación se empleó la variable anual de emisiones de  $\text{CO}_2$  de México para el período 1960–2017, esta variable es elaborada por el Centro de Análisis de Información del Dióxido de Carbono (CDIAC), ubicado en el Laboratorio Nacional Oak Ridge (ORNL) en la división de ciencias climáticas y del medio ambiente de la Oficina de Investigación Biológica y Ambiental (BER) perteneciente al Departamento de Energía de los Estados Unidos (DOE). Las emisiones de  $\text{CO}_2$  medidas en kilotoneladas métricas (kt) incluyen el  $\text{CO}_2$  producido durante el consumo de combustibles sólidos, líquidos, gaseosos y de quema

de gases (Gilfillan et al., 2019; UNFCCC, 2019; BP, 2019). A partir de la serie de emisiones, se calculó la serie de acervos de  $\text{CO}_2$  real ajustado,  $S$ , de México para el período 1960–2017. Se consideró la vida útil efectiva de las emisiones de  $\text{CO}_2$  de 130 años —con una tasa de asimilación constante de  $\frac{1}{130} \cong 0.77\%$  anual— (Sonnemann y Grygalashvily, 2013, p. 1594), y se aplicó el método de inventarios perpetuos ajustados (MIPA) para construir la serie de tiempo del acervo de  $\text{CO}_2$  ajustado (Loría y de Jesús, 2007, p. 479–482).

### 3.1. Crecimiento óptimo en el modelo RKC ambiental.

En esta investigación se extiende el modelo RCK en dirección a la economía ambiental y el control de la contaminación. Se introdujo la dimensión ambiental en el problema de Ramsey suponiendo que, la contaminación por  $\text{CO}_2$  es un subproducto de los procesos de producción, las emisiones de  $\text{CO}_2$  se acumulan con el tiempo, formando un acervo de contaminación, y la contaminación por  $\text{CO}_2$  tiene efectos externos en la utilidad de las personas. La contaminación caracterizada como un acervo de  $\text{CO}_2$  es perjudicial para el bienestar de la sociedad, debido a ello, el gobierno maximiza una función de bienestar (3.1) sujeta a una restricción de acervo de capital físico por trabajador (3.2), y a una restricción de emisión-acumulación de acervo de  $\text{CO}_2$  por trabajador (3.3):

$$W = \int_0^{\infty} e^{-\theta t} [U(c) - D(s)] dt, \quad (3.1)$$

s.a.

$$\dot{k} = f(k) - c - (\delta_0 + n)k, \quad k(0) = k_0 \text{ dado}, \quad (3.2)$$

$$\dot{s} = \alpha f(k) - (\sigma_0 + n)s, \quad s(0) = s_0 \text{ dado}, \quad (3.3)$$

Donde  $\theta$  en (3.1) denota la tasa de descuento efectiva ( $\theta = \rho - n$ ,  $\theta \geq 0$ ), donde  $\rho$  es la tasa de descuento subjetiva, y  $n$  es la tasa de crecimiento exógena y constante de la fuerza laboral ( $L$ ),  $\delta_0$  es la tasa constante de depreciación del acervo de capital físico por trabajador ( $k$ ) y  $\sigma_0$  es la tasa de asimilación. Donde  $\delta = (\delta_0 + n)$  en (3.2) denota la tasa de depreciación efectiva del acervo de capital físico por trabajador, y  $\sigma = (\sigma_0 + n)$  en

(3.3) denota la tasa de asimilación efectiva de la contaminación del acervo por trabajador. Siguiendo a [Van Der Ploeg y Withagen \(1991\)](#), se asumió que el acervo de  $\text{CO}_2$  por trabajador ( $s$ ) es un subproducto inevitable de la producción,  $\alpha y = \alpha f(k)$ , donde  $\alpha > 0$  denota la razón de emisiones de  $\text{CO}_2$ -producto. El producto por trabajador se obtuvo a través de una función de producción intensiva,  $y = f(k; A)$ , que satisface las condiciones de Inada.  $u(c)$  denota la utilidad del consumo por trabajador ( $c$ ), se asumió  $\lim_{c \rightarrow +0} \frac{\partial u(c)}{\partial c} = +\infty$ ,  $\frac{\partial u(c)}{\partial c} > 0$ , y  $\frac{\partial^2 u(c)}{\partial c^2} < 0$ , para  $c \geq 0$ .  $D(s)$  denota el daño social causado por el acervo de contaminación por trabajador ( $s$ ), se asumió  $\lim_{s \rightarrow +0} \frac{\partial D(s)}{\partial s} = 0$ ,  $\frac{\partial D(s)}{\partial s} > 0$ , y  $\frac{\partial^2 D(s)}{\partial s^2} \geq 0$ , para  $s > 0$ .

En esta investigación, se usó el Principio del Máximo ([Pontryagin et al., 1962](#)) en (3.1) a (3.3) y se modificó la regla de Keynes-Ramsey, lo que implica que toda solución interior satisface:

$$\dot{c} = \left\{ f'(k) \left[ 1 - \left( \frac{\alpha}{u'(c)} \right) \tau \right] - \theta - \delta \right\} \eta(c) \cdot c, \quad (3.4)$$

En (3.4),  $\eta(c) = \frac{-u''(c) \cdot c}{u'(c)} > 0$ , denota la elasticidad instantánea de sustitución intertemporal. Se consideró que el crecimiento balanceado en el modelo RCK requiere que asintóticamente todo cambio tecnológico sea puramente laboral y que  $\eta(c(t))$  tienda a un valor constante  $\eta$  ([Acemoglu, 2009](#), p. 307). Cuanto mayor sea,  $\eta(c(t))$ , será más fácil para los hogares sustituir el consumo presente por el consumo futuro y viceversa. Se estimó la regla de arbitraje, donde la variable de coestado,  $\tau(t) < 0$ , se interpreta como el precio sombra de cada unidad adicional de  $\text{CO}_2$  en el acervo de contaminación:

$$\dot{\tau} = (\theta + \sigma) \tau - D'(s). \quad (3.5)$$

En esta metodología, se empleó una función de utilidad de elasticidad de sustitución intertemporal constante,  $u(c) = \frac{c^{(1-\vartheta)} - 1}{(1-\vartheta)}$ , donde,  $\vartheta \neq 1$  y  $\vartheta \geq 0$ . Donde la elasticidad de la utilidad marginal del consumo, esta dada por la constante  $\vartheta$ . Esta función de utilidad satisface la propiedad de  $\eta = \frac{1}{\vartheta}$  constante. En el caso donde  $\vartheta = 1$ ,  $\lim_{\vartheta \rightarrow 1} \frac{c^{(1-\vartheta)} - 1}{(1-\vartheta)} = \ln c$ , con  $\eta \equiv 1$ . Las funciones de utilidad de elasticidad de sustitución intertemporal constante son funciones de utilidad que reflejan preferencias del consumidor con aversión relativa al riesgo constante (CRRA) ([Acemoglu, 2009](#)). Se empleó el análisis de estimaciones de la elasticidad de sustitución intertemporal realizado por [Havránek et al. \(2015\)](#), y se

consideró para México una elasticidad de sustitución intertemporal promedio de  $\eta = 0.158$ , (12 estimaciones previas con un error estándar de 0.053),  $\eta \in [0.1, 0.3)$  (Havránek et al., 2015).

Se evitó la no-convexidad, considerando una función de daño social estrictamente convexa con la forma funcional  $D(s) = s^2$ . La no-convexidad genera en el acervo de contaminación procesos de retroalimentación positiva y efectos de umbral, que propician equilibrios subóptimos e inestables (Fisher, 1981; Baumol y Oates, 1988; Van Der Ploeg y Withagen, 1991; Tahvonen y Withagen, 1996; Tahvonen y Salo, 1996).

El producto por trabajador esta determinado por la función de producción intensiva Cobb-Douglas,  $f(k; A) = Ak^\gamma$ , donde  $A > 0$  es el nivel de tecnología, con una constante  $\gamma \in [0, 1]$ . Un parámetro de relevancia en esta investigación es la tasa de descuento efectiva,  $\theta$ , del cual existe una extensa discusión en la literatura económica sobre su selección a pesar de no poseer criterios razonables para estimarla. Sólo se cuenta con la certeza de  $\theta \geq 0$ , si  $\rho - n > 0$ , para garantizar que la utilidad futura con descuento sea finita y un consumo constante (Barro y Sala-i-Martin, 2004; Acemoglu, 2009).

Finalmente, Se consideró una vida útil promedio de 10.5 años para el acervo de capital físico (Loría y de Jesús, 2007, p. 479), que corresponde a una tasa de depreciación constante de  $\delta_0 = 9.5238\%$  anual. Se calculó la tasa de crecimiento constante de la fuerza laboral,  $n \approx 3.3206\%$  anual, se aplicó la prueba de ruido blanco de Bartlett basada en periodograma, y aceptamos la hipótesis nula:  $n$  proviene de un proceso de ruido blanco con una media constante y una varianza constante (véase Anexo B).

### 3.2. Estimación de modelos ARMAX.

Los modelos ARMAX (procesos autorregresivos de medias móviles con variables exógenas) modelan a la variable dependiente en términos de una combinación lineal de variables independientes, así como con un proceso autorregresivo de medias móviles (ARMA) en el término de las de perturbaciones (Wei, 2006).

La función de producción intensiva Cobb-Douglas,  $y_t = Ak_t^\gamma e^{a_t}$ , puede representarse por la siguiente especificación translogarítmica:

$$\ln y_t = \ln A + \gamma \ln k_t + a_t, \quad (3.6)$$

De (3.6) se obtuvo el término de perturbación:

$$a_t = \ln y_t - \gamma \ln k_t - \ln A. \quad (3.7)$$

Aplicando  $\nabla a_t \forall t$  en (3.7), se obtuvo la especificación ARMA(1,1) para  $a_t$ :

$$a_t = \beta_0 + \phi_1 a_{t-1} + \epsilon_t - \theta_1 \epsilon_{t-1}, \quad (3.8)$$

Donde  $\beta_0 = (1 - \phi_1)\mu$ . Al combinar (3.7) y (3.8) se obtuvo la especificación ARMAX:

$$\ln y_t = \beta_0 + \ln A(1 - \phi_1) + \gamma \ln k_t + \phi_1(\ln y_{t-1} - \gamma \ln k_{t-1}) + \epsilon_t - \theta_1 \epsilon_{t-1}. \quad (3.9)$$

La Tabla 3.1 presenta los resultados de la ecuación (3.9) obtenida por el modelo ARMAX de la función de producción intensiva Cobb-Douglas, la constante  $\gamma$  representa la elasticidad producto/capital,  $\frac{dy}{dk} \cdot \frac{k}{y} = 0.8077$ , la función de producción intensiva Cobb-Douglas es  $y = Ak^{0.8077}$  con un nivel de tecnología  $A = 1$  dado que  $H_0 : \ln A = 0$ ,  $\chi^2(1) = 0.43 \Rightarrow p > \chi^2 = 0.5143$ .

Tabla 3.1: Regresión ARMAX de  $\ln y_t$  para México, 1960–2017.

| $\ln y_t$  | Coef.  | Std. Err. | $z$   | $p >  z $ | 95 % Conf. Interval |
|------------|--------|-----------|-------|-----------|---------------------|
| $\ln k_t$  | 0.8077 | 0.1611    | 5.01  | 0.000     | [0.4920, 1.1234]    |
| $\ln A$    | 1.2063 | 1.8495    | 0.65  | 0.514     | [-2.4187, 4.8312]   |
| $\phi_1$   | 0.9621 | 0.0381    | 25.24 | 0.000     | [0.8874, 1.0368]    |
| $\theta_1$ | 0.2392 | 0.1267    | 1.89  | 0.059     | [-0.0092, 0.4877]   |
| sigma      | 0.0267 | 0.0021    | 12.87 | 0.000     | [0.0226, 0.0307]    |

**Nota:** N= 58, Wald  $\chi^2(3) = 760.67 \Rightarrow p > \chi^2 = 0.000$ , Log-likelihood= 126.3656 .

La identificación y verificación de este modelo se pueden observar en el Anexo C.

**Fuente:** Estimación propia.

Se consideró la restricción de emisión-acumulación de acervo de  $\text{CO}_2$  por trabajador, (3.3), el  $\text{CO}_2$  es un subproducto inevitable de la producción,  $\alpha y = \alpha f(k)$ , donde  $\alpha > 0$  es la

razón de emisión de  $\text{CO}_2$ -producto,  $\sigma_0$  es la tasa de asimilación medioambiental del  $\text{CO}_2$ , y  $n$  es la tasa de crecimiento de la fuerza laboral (exógena y constante). Se requirió estimar  $\alpha$ , al discretizar la relación de acumulación de  $\text{CO}_2$ -producto se obtuvo:

$$\nabla s_t = \alpha y_t - (\sigma_0 + n)s_{t-1}, \quad (3.10)$$

La estimación econométrica de (3.10) se realizó a partir de:

$$s_t = \alpha y_t + (1 - \sigma_0 - n)s_{t-1} + e_t, \quad (3.11)$$

De (3.11) se obtuvo:

$$e_t = s_t - \alpha y_t - (1 - \sigma_0 - n)s_{t-1}. \quad (3.12)$$

De (3.12) obtuvo una especificación AR(9,11) para  $e_t$ :

$$e_t = \beta_0 + \phi_9 e_{t-9} + \phi_{11} e_{t-11} + v_t, \quad (3.13)$$

Donde  $\beta_0 = (1 - \phi_9 - \phi_{11})\mu$ . Al combinar (3.12) y (3.13) se obtuvo la especificación ARMAX:

$$\begin{aligned} s_t = & \beta_0 + \alpha y_t + (1 - \sigma_0 - n)s_{t-1} \\ & + \phi_9 [s_{t-9} - \alpha y_{t-9} - (1 - \sigma_0 - n)s_{t-10}] \\ & + \phi_{11} [s_{t-11} - \alpha y_{t-11} - (1 - \sigma_0 - n)s_{t-12}] + v_t. \end{aligned} \quad (3.14)$$

La tabla 3.2 presenta los resultados de la ecuación (3.14) obtenidos de la estimación econométrica ARMAX sobre las emisiones por trabajador con las que se contribuye al acervo de emisiones de  $\text{CO}_2$  en la atmosfera,  $s$ . La razón de emisiones de  $\text{CO}_2$ -producto, es  $\alpha = 0.0008246$ , este resultado sugiere que por cada aumento adicional de 1 USD\$ en PPA a precios de 2011 en la riqueza por trabajador se contaminó con la cantidad de 0.8246 kg de  $\text{CO}_2$ . El coeficiente  $(1 - \sigma_0 - n) = 0.9640671$  explica el valor de la tasa constante de asimilación ambiental del  $\text{CO}_2$ ,  $\sigma_0$ . El valor de la tasa de crecimiento de la fuerza laboral en México durante el periodo 1960–2017 fue de  $n = 3.2618\%$  anual promedio ( $n = 0.032618$ ), por lo tanto, para la economía mexicana la tasa de asimilación ambiental del  $\text{CO}_2$  fue de  $\sigma_0 \approx 0.0033153$  (0.3315% anual), resultando en un tiempo de vida atmosférica del  $\text{CO}_2$  de aprox. 301.6318 años (sin considerar procesos de retroalimentación y efectos de umbral).

Tabla 3.2: Regresión ARMAX de  $s_t$  para México, 1960–2017.

| $s_t$       | Coef.     | Std. Err. | $z$   | $p >  z $ | 95% Conf. Interval |
|-------------|-----------|-----------|-------|-----------|--------------------|
| $y_t$       | 0.0008246 | 0.0003    | 2.42  | 0.015     | [0.0002, 0.0015]   |
| $s_{t-1}$   | 0.9640671 | 0.0137    | 70.44 | 0.000     | [0.9372, 0.9909]   |
| $\phi_9$    | -0.2982   | 0.1915    | -1.56 | 0.119     | [-0.6734, 0.0771]  |
| $\phi_{11}$ | -0.2680   | 0.2111    | -1.27 | 0.204     | [-0.6817, 0.1456]  |
| sigma       | 12.0187   | 1.1259    | 10.67 | 0.000     | [9.8119, 14.2254]  |

**Nota:** N= 57, Wald  $\chi^2(4)= 613621.06 \Rightarrow p > \chi^2 = 0.000$ , Log-likelihood= -223.5208.

La identificación y verificación de este modelo se pueden observar en el Anexo C.

**Fuente:** Estimación propia.

### 3.3. Parametrización del modelo RKC ambiental para México.

El problema que maximiza el gobierno es el siguiente:

$$W = \int_0^{\infty} e^{-\theta t} \left[ \frac{c^{(1-\vartheta)} - 1}{(1-\vartheta)} - s^2 \right] dt, \quad (3.15)$$

s.a.

$$\dot{k} = Ak^\gamma - c - (\delta_0 + n)k, \quad k(0) = k_0 \text{ dado}, \quad (3.16)$$

$$\dot{s} = \alpha Ak^\gamma - (\sigma_0 + n)s, \quad s(0) = s_0 \text{ dado}, \quad (3.17)$$

Usando el Principio del Máximo (Pontryagin et al., 1962) en (3.15) a (3.17) con las formas funcionales previamente especificadas, se modificó la regla de Keynes-Ramsey ambiental:

$$\dot{c} = \left\{ \gamma Ak^{\gamma-1} [1 - \alpha c^\vartheta \tau] - \theta - \delta_0 - n \right\} \cdot \frac{c}{\vartheta}, \quad (3.18)$$

Se estimó la regla de arbitraje:

$$\dot{\tau} = (\theta + \sigma_0 + n) \tau - 2s. \quad (3.19)$$

Al parametrizar el modelo *RCK original* con ausencia de política ambiental (1.2) y (1.3) y el modelo *RKC ambiental* con acervo de  $\text{CO}_2$  (3.16) a (3.19) se obtuvieron dos sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales:

*RCK original:*

$$\dot{k} = k^{0.8077} - c - (0.1279)k, \quad (3.20)$$

$$\dot{c} = \left\{ 0.8077k^{-0.1923} - \theta - 0.1279 \right\} \cdot \frac{c}{\vartheta}, \quad (3.21)$$

*RCK ambiental:*

$$\dot{k} = k^{0.8077} - c - (0.1279)k, \quad (3.22)$$

$$\dot{s} = 8.246 \times 10^{-4} k^{0.8077} - (0.0359)s, \quad (3.23)$$

$$\dot{c} = \left\{ 0.8077k^{-0.1923} \left[ 1 - 8.246 \times 10^{-4} c^\vartheta \tau \right] - \theta - 0.1279 \right\} \cdot \frac{c}{\vartheta}, \quad (3.24)$$

$$\dot{\tau} = (\theta + 0.0359)\tau - 2s. \quad (3.25)$$

Para el caso de México, Havránek et al. (2015) determinan que  $\eta$  se encuentra en el intervalo  $[0.1, 0.3)$ , por lo que se empleó el valor de  $\vartheta = 5$  ( $\eta = 0.2000$ ). Van Der Ploeg y Withagen (1991, p. 227) sugieren que  $\theta$  no sea demasiado alta para garantizar el análisis de puntos silla en el espacio tetradimensional, por lo que se empleó el valor de  $\theta = 0.4000$ .

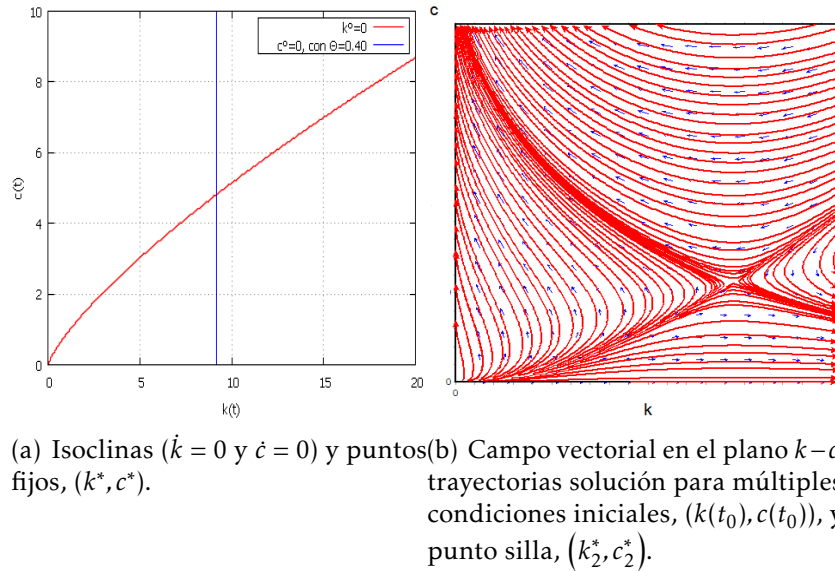
Se obtuvieron los estados estacionarios del sistema *RCK original*:  $(k_0^*, c_0^*) = (0, 0)$ ,  $(k_1^*, c_1^*) \approx (44281.8146, 0)$ , y  $(k_2^*, c_2^*) \approx (9.1390, 4.8040)$ . El Teorema de Hartman (Sotomayor, 1979, Secc. 5, Teorema 4) nos garantiza que podemos aproximar localmente el comportamiento dinámico de los puntos estacionarios del sistema no lineal a través de los puntos estacionarios del sistema linealizado mediante la matriz jacobiana.

Linealizando el sistema *RCK original* (1.2) y (1.3) alrededor del estado estacionario  $(k, c)$  se obtiene que la matriz Jacobiana asociada al sistema lineal está dada por:

$$J(k, c) = \begin{bmatrix} f'(k) - \delta_0 - n & -1 \\ f''(k)(\frac{c}{g}) & \frac{f'(k) - \theta - \delta_0 - n}{g} \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

De esta forma,  $J(k_0^*, c_0^*)$  no está definida e impide calcular el determinante, por lo que  $(0, 0)$  es un punto fijo degenerado, inestable y repulsor. El punto fijo  $(0, 0)$  no es de interés económico pues muestra cantidades nulas de capital y de consumo.  $J(k_1^*, c_1^*)$  indica que  $(44281.8146, 0)$  es un punto fijo no degenerado, estable y atractor, pues los dos valores propios de la matriz tienen parte real negativa ( $\lambda_1 = -0.0849$ ,  $\lambda_2 = -0.0246$ ). El punto fijo  $(44281.8146, 0)$  es catastrófico pues implica una sobre acumulación de capital y una cantidad nula de consumo.  $J(k_2^*, c_2^*)$  indica que  $(9.1390, 4.8040)$  es punto fijo no degenerado, inestable y silla, dado que la matriz tiene un valor propio con parte real negativa y un valor propio con parte real positiva ( $\lambda_1 = -0.0251$ ,  $\lambda_2 = 0.4251$ ). La dinámica correspondiente al modelo *RCK original* queda como en la figura 3.1.

Figura 3.1: Isoclinas y diagrama de fase del modelo RCK original.



En cuanto al sistema *RCK ambiental*, el primer estado estacionario  $(k_0^*, c_0^*, s_0^*, \tau_0^*) = (0, 0, 0, 0)$ , es un punto fijo de nulo interés económico, pues la única manera de acercarse a él es comenzando ahí mismo. El segundo estado estacionario  $(k_1^*, c_1^*, s_1^*, \tau_1^*) \approx (44281.8146, 0, 129.9886, 596.4146)$ , es un punto fijo catastrófico, porque muestra una sobre acumulación de capital, una cantidad nula de consumo, una cantidad perceptible de contaminación por acervo de  $\text{CO}_2$  derivada de los procesos de producción, y un elevado precio sombra para cada unidad adicional de  $\text{CO}_2$ .

El tercer estado estacionario  $(k_2^*, c_2^*, s_2^*, \tau_2^*)$ , se encontró al combinar (3.23) y (3.25), cuando  $\dot{s} = 0$  y  $\dot{\tau} = 0$ , el precio sombra del  $\text{CO}_2$ ,  $\tau(k)$ , está dado por:

$$\tau = \frac{0.0459k^{0.8077}}{(\theta + 0.0359)}, \quad (3.27)$$

Al sustituir (3.27) en la regla de Keynes-Ramsey ambiental, (3.24), cuando  $\dot{c} = 0$ , se obtuvo:

$$c^\vartheta = (\theta + 0.0359) \left[ 26,363.2433k^{-0.8077} - 32,639.8951(\theta + 0.1279)k^{-0.6154} \right], \quad (3.28)$$

Al combinar (3.28) y (3.22), cuando  $\dot{k} = 0$ , se obtuvo la siguiente igualdad:

$$\left[ k^{0.8077} - (0.1279)k \right]^\vartheta = (\theta + 0.0359) \left[ 26,363.2433k^{-0.8077} - 32,639.8951(\theta + 0.1279)k^{-0.6154} \right]. \quad (3.29)$$

Para estimar el acervo de capital de estado estacionario,  $k_2^*$ , se resolvió mediante métodos numéricos la ecuación (3.30) considerando en (3.29) los parámetros  $\vartheta = 5$  y  $\theta = 0.4000$ :

$$\left[ k^{0.8077} - (0.1279)k \right]^5 + 7,510.8188k^{-0.6154} - 11,491.7378k^{-0.8077} = 0. \quad (3.30)$$

El tercer estado estacionario encontrado es:  $(k_2^*, c_2^*, s_2^*, \tau_2^*) \approx (5.2397, 3.1409, 0.0875, 0.4016)$ . Linealizando el sistema *RCK ambiental* (3.16) a (3.19) alrededor del estado estacionario  $(k, c, s, \tau)$  se obtiene que la matriz Jacobiana asociada al sistema lineal está dada por:

$$J(k, c, s, \tau) = \begin{bmatrix} f'(k) - \delta_0 - n & -1 & 0 & 0 \\ f''(k) \left[ 1 - \frac{\alpha\tau}{u'(c)} \right] \left( \frac{c}{s} \right) & \frac{f'(k) - \theta - \delta_0 - n}{\vartheta} - \frac{\alpha\tau f'(k)}{u'(c)} & 0 & -\frac{\alpha f'(k)}{u'(c)} \left( \frac{c}{s} \right) \\ \alpha f'(k) & 0 & -\sigma_0 - n & 0 \\ 0 & 0 & -2 & \theta + \sigma_0 + n \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

Cabe destacar que, existe una clasificación topológica para los puntos fijos de sistemas linealizados de más de dos dimensiones, si un sistema  $\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x}$  ( campo vectorial lineal  $\mathbf{x} \rightarrow A\mathbf{x}$ , o el origen  $0 \in \mathbb{R}^n$ ) es un sistema lineal hiperbólico si todos los valores propios de  $A$  tienen una parte real distinta de cero. El número de valores propios, contando sus multiplicidades, que tienen una parte real negativa, se denomina índice de estabilidad del sistema lineal hiperbólico (Sotomayor, 1979).

De esta manera,  $J(k_0^*, c_0^*, s_0^*, \tau_0^*)$  indica que  $(0, 0, 0, 0)$  es un punto fijo degenerado, inestable y repulsor en el espacio tetradimensional, tiene un comportamiento de nodo repulsor en el plano  $k-c$ , y tiene un comportamiento de punto de silla en el plano  $s-\tau$ .  $J(k_1^*, c_1^*, s_1^*, \tau_1^*)$  indica que  $(44281.8146, 0, 129.9886, 596.4146)$  es punto fijo no degenerado, inestable, con características de punto estacionario hiperbólico en el espacio tetradimensional, dado que la matriz tiene tres valores propios con parte real negativa y un valor propio con parte real positiva ( $\lambda_1 = -0.0849$ ,  $\lambda_2 = -0.0246$ ,  $\lambda_3 = -0.0359$ ,  $\lambda_4 = 0.4359$ ). El índice de estabilidad del sistema lineal hiperbólico alrededor del punto fijo  $(k_1^*, c_1^*, s_1^*, \tau_1^*)$  es de 3, este punto fijo tiene un comportamiento de nodo asintóticamente estable en el plano  $k-c$ , y tiene un comportamiento de punto de silla en el plano  $s-\tau$ .

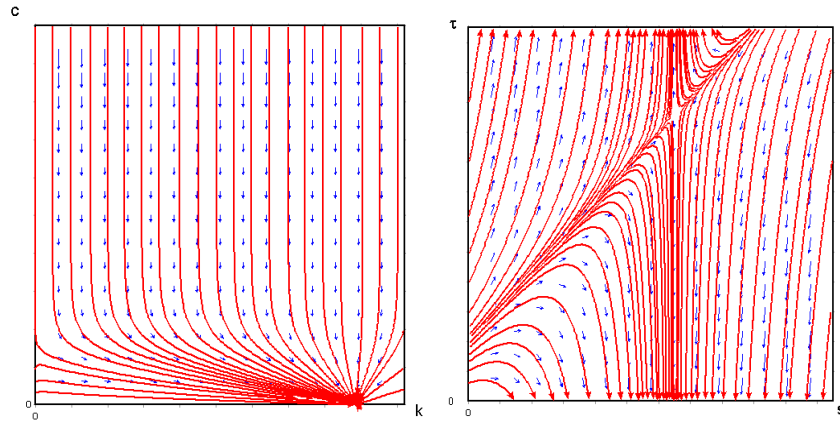
Y por último,  $J(k_2^*, c_2^*, s_2^*, \tau_2^*)$  indica que  $(5.2397, 3.1409, 0.0875, 0.4016)$  es punto fijo no degenerado, inestable, con características de punto estacionario hiperbólico en el espacio tetradimensional, puesto que la matriz tiene dos valores propios con parte real negativa y dos valores propios con parte real positiva ( $\lambda_1 = -0.0734 - 2.4662 \times 10^{-19}i$ ,  $\lambda_2 = -0.0457 - 2.4662 \times 10^{-19}i$ ,  $\lambda_3 = 0.4456 + 2.4662 \times 10^{-19}i$ ,  $\lambda_4 = 0.4736 + 2.4662 \times 10^{-19}i$ ), debido a que las partes imaginarias de los valores propios son cantidades infinitesimales se pueden considerar nulas y, por lo tanto, los valores propios se reescriben de la siguiente manera: ( $\lambda_1 = -0.0734$ ,  $\lambda_2 = -0.0457$ ,  $\lambda_3 = 0.4456$ ,  $\lambda_4 = 0.4736$ ). El índice de estabilidad del sistema lineal hiperbólico alrededor del punto fijo  $(k_2^*, c_2^*, s_2^*, \tau_2^*)$  es de 2, este punto fijo tiene un comportamiento de punto de silla en ambos planos,  $k-c$  y  $s-\tau$ . Los diagramas de fase correspondientes al modelo *RCK ambiental* quedan como en la figura 3.2.

El modelo *RCK original* converge hacia el punto silla  $(k_2^*, c_2^*)$  sobre su variedad estable a una tasa de convergencia,  $\lambda_1 = -0.0251$ , mientras que modelo *RCK ambiental* converge más rápido hacia el punto estacionario hiperbólico  $(k_2^*, c_2^*, s_2^*, \tau_2^*)$  sobre su variedad estable

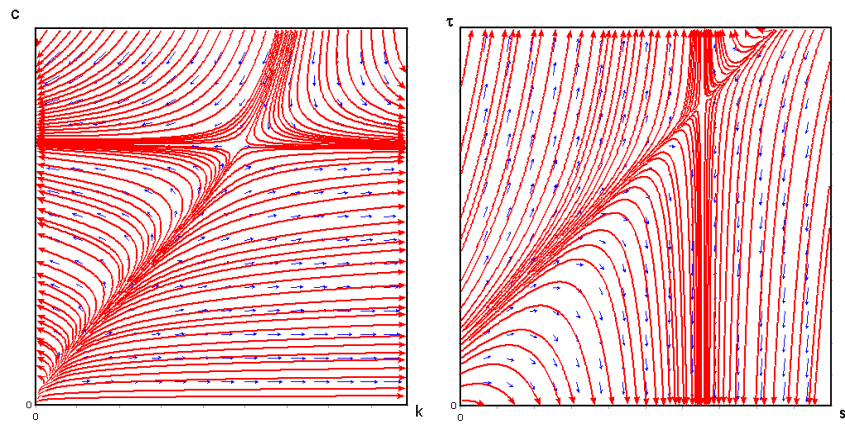
a tasas de convergencia,  $\lambda_1 = -0.0457$  y  $\lambda_2 = -0.0734$  para los planos  $k - c$  y  $s - \tau$ . En el espacio tetradimensional conforme  $\left(\frac{\sigma_0 + n}{\alpha}\right)$  aumenta, la dinámica en el plano  $s - \tau$  se ajusta mucho más rápido que la dinámica en el plano  $k - c$ . Se calculó la contaminación por  $\text{CO}_2$  presente en el modelo *RCK original* mediante (3.23), y se compararon las variables en el punto silla  $(k_2^*, c_2^*)$  del modelo *RCK original* y las variables en el punto estacionario hiperbólico en el espacio tetradimensional  $(k_2^*, c_2^*, s_2^*, \tau_2^*)$  del modelo *RCK ambiental*.

Para el caso específico de los parámetros  $\vartheta = 5$  ( $\eta = 0.2000$ ) y  $\theta = 0.4000$ , el modelo *RCK ambiental* aplicado a la economía Mexicana generó un precio sombra de USD\$0.40 por cada unidad adicional de  $\text{CO}_2$  emitida a la atmósfera,  $(\alpha\gamma)$ , y generó reducciones en el largo plazo de aproximadamente 42.61 % en el acervo de capital físico, 34.57 % en el consumo de los hogares, 36.14 % en el PIB real por el lado de la oferta, y 36.14 % en las emisiones  $\text{CO}_2$  acumuladas (Véase Anexo D).

Figura 3.2: Diagramas de fase del modelo RCK ambiental.



(a) Campo vectorial en el plano  $k-c$ , (b) Campo vectorial en el plano  $s-\tau$ , trayectorias solución para múltiples trayectorias solución para múltiples condiciones iniciales,  $(k(t_0), c(t_0))$ , y condiciones iniciales,  $(s(t_0), \tau(t_0))$ , y punto silla,  $(k_1^*, c_1^*)$ . punto silla,  $(s_1^*, \tau_1^*)$ .



(c) Campo vectorial en el plano  $k-c$ , (d) Campo vectorial en el plano  $s-\tau$ , trayectorias solución para múltiples trayectorias solución para múltiples condiciones iniciales,  $(k(t_0), c(t_0))$ , y condiciones iniciales,  $(s(t_0), \tau(t_0))$ , y punto silla,  $(k_2^*, c_2^*)$ . punto silla,  $(s_2^*, \tau_2^*)$ .

## Capítulo 4

# ¿Es efectivo controlar la contaminación en México?.

En esta investigación se confirmó que el modelo de crecimiento de Ramsey-Cass-Koopmans (RCK) predice que el control de la contaminación por acervo de  $\text{CO}_2$  provoca disminuciones en el acervo de capital físico, en el consumo y en el bienestar, estas disminuciones no representan pérdidas substanciales respecto a los niveles de largo plazo que se obtendrían en ausencia de política ambiental (véase Anexo D), y que resultan en una mayor rapidez de convergencia hacia los niveles de estado estacionario.

En esta investigación se estimaron mediante modelos ARMAX (3.14) dos parámetros relevantes para el modelo *RCK ambiental* como la razón de emisiones de  $\text{CO}_2$ -producto,  $\alpha = 0.0008246$ , y la tasa de asimilación ambiental del  $\text{CO}_2$ ,  $\sigma_0 \approx 0.0033153$ . El valor estimado de  $\alpha$ , de 0.8246 kg de  $\text{CO}_2$  por cada 1 USD\$ per cápita adicional es consistente con las estimaciones realizadas por el CDIAC (2019b); mientras que, el valor estimado de  $\sigma_0$  aproxima un tiempo de vida atmosférica del  $\text{CO}_2$  de aprox. 301.6318 años, este tiempo de vida se encuentra dentro del rango de 100 a 300 años que estima el IPCC (2013). El punto fijo  $(k_2^*, c_2^*, s_2^*, \tau_2^*)$  del modelo *RCK ambiental*, depende de la tasa de descuento efectiva,  $\theta$ , y de la elasticidad de la utilidad marginal del consumo,  $\vartheta$ . Este punto fijo no fue posible encontrarlo en forma cerrada. Se obtuvieron estimaciones numéricas de

$(k_2^*, c_2^*, s_2^*, \tau_2^*)$  para distintas combinaciones de  $\theta$  y  $\vartheta$ , cuando  $\vartheta = 5$  y  $\theta \in (0, 1]$  y cuando  $\theta = 0.4000$  y  $\frac{1}{\vartheta} \in (0, 1]$ . Se encontró una dependencia decreciente de los valores del precio sombra,  $\tau$ , respecto a los valores de  $\theta$  y  $\vartheta$ . El comportamiento de punto silla en el plano  $s-\tau$  de este punto estacionario hiperbólico del modelo *RCK ambiental* permite la aplicación de la política ambiental basada en cargos óptimos por emisión de  $\text{CO}_2$ .

Dado que  $\tau$  en este problema de control óptimo representa la cuantía de la política ambiental apropiada por unidad de contaminante (Nordhaus, 1982),  $\tau$  podría utilizarse como una tasa impositiva pigouviana o una cuota equivalente para el control de las emisiones de  $\text{CO}_2$  en la economía mexicana. Este resultado es muy importante, pues para el caso específico de  $\vartheta = 5$  ( $\eta = 0.2000$ ) y  $\theta = 0.4000$ , se podría aplicar un impuesto a la contaminación de USD\$0.40 por cada de 0.8246 kg de  $\text{CO}_2$  (aprox. USD485.0837\$ por cada tonelada métrica de  $\text{CO}_2$ ), con una reducción de 36.14% en las emisiones  $\text{CO}_2$  acumuladas. Este impuesto sería menor al que estima Landa Rivera et al. (2016) de USD\$700 por tonelada métrica con disminución del 75% en las emisiones de  $\text{CO}_2$  para el año 2050.

La elección de los parámetros  $\vartheta = 5$  ( $\eta = 0.2000$ ) y  $\theta = 0.4000$  se realizó al calcular de forma iterativa los valores propios de  $J(k_2^*, c_2^*, s_2^*, \tau_2^*)$ , y de esta forma, se clasificó al punto fijo  $(k_2^*, c_2^*, s_2^*, \tau_2^*)$  como un punto estacionario hiperbólico en el espacio tetradimensional con un índice de estabilidad de 2 (Sotomayor, 1979), coincidiendo así con la investigación de Van Der Ploeg y Withagen (1991) respecto al encontrar dos valores propios con partes reales negativas asociadas con las variables acervo de capital y acervo de contaminación por  $\text{CO}_2$ , y dos valores propios con partes reales positivas asociadas con las variables consumo y precio sombra.

Se confirmó que la política ambiental basada en cargos óptimos por emisión de  $\text{CO}_2$  del modelo *RCK ambiental* es efectiva si se emplean valores de  $\theta$  que reflejen una mayor preocupación por el bienestar de las generaciones futuras, es decir, valores de  $\theta$  no demasiado altos; a su vez, la política ambiental basada en cargos óptimos por emisión de  $\text{CO}_2$  es efectiva si se emplean valores de la elasticidad de sustitución intertemporal,  $\eta$ , que impliquen una menor sustitución del consumo presente por el consumo futuro, lo cual equivale a valores altos de  $\vartheta$  (véase Anexo D).

La efectividad de la política ambiental basada en cargos óptimos por emisión de  $\text{CO}_2$  del modelo *RCK ambiental* se reduce conforme aumenta  $\theta$ . Si  $\theta \in (0, 0.50]$  el modelo *RCK ambiental* predice disminuciones en el acervo de  $\text{CO}_2$  en el largo plazo; para valores de  $\theta$  superiores a 0.50 la política ambiental basada en cargos óptimos por emisión de  $\text{CO}_2$  se vuelve ineficiente, ya que el acervo de  $\text{CO}_2$  tiende a ser igual que el acervo de  $\text{CO}_2$  de estado estacionario del *RCK original* (véase Anexo D).

Cabe reconocer que el modelo *RCK ambiental* presentado en esta investigación no consideró la tecnología para reducir la contaminación ni las actividades de limpieza del medio ambiente, por lo que en futuras investigaciones se considerará invertir en tecnología para disminuir la razón de emisiones de  $\text{CO}_2$ -producto,  $\alpha$ , y empleará una fracción de acervo de capital físico para realizar actividades de absorción de emisiones de  $\text{CO}_2$ .

En el punto estacionario hiperbólico del espacio tetradimensional  $(k_2^*, c_2^*, s_2^*, \tau_2^*)$  del modelo *RCK ambiental*, la contaminación por acervo de  $\text{CO}_2$ , el acervo de capital físico y el consumo son inferiores a los del modelo *RCK original* (Nordhaus, 1982; Van Der Ploeg y Withagen, 1991). Por lo tanto, la hipótesis —los cargos óptimos para el control del acervo de  $\text{CO}_2$  causan disminuciones del capital físico, el consumo y la contaminación a largo plazo— se ha confirmado matemáticamente.

# Anexo A

## Datos

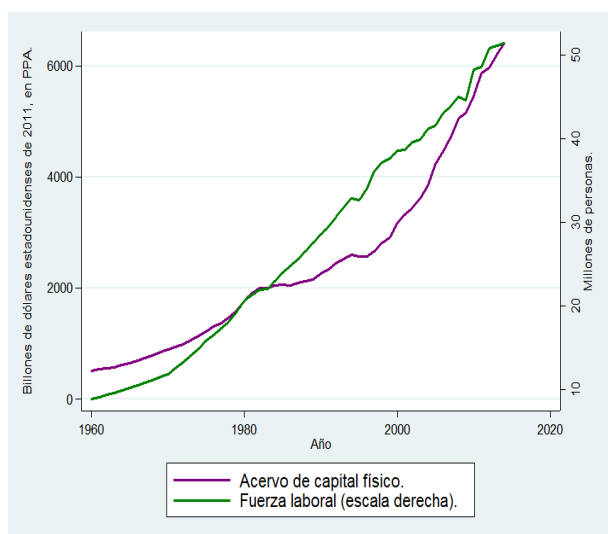
Tabla A.1: Datos utilizados para México, 1960–2017.

| Año                             | $E_t$<br>[Mt de $\text{CO}_2$ ] | $S_t$<br>[Mt de $\text{CO}_2$ ] | $Y_t$<br>(MUSD\$ en PPA a precios de 2011) | $K_t$        | $C_t$      | $L_t$<br>(Millones de personas) |
|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|--------------------------------------------|--------------|------------|---------------------------------|
| 1960                            | 63,052.30                       | 8,196,799.00                    | 218,771.03                                 | 510,032.08   | 174,587.60 | 8.89                            |
| 1961                            | 65,239.90                       | 8,339,542.01                    | 225,184.02                                 | 532,641.10   | 177,880.67 | 9.14                            |
| 1962                            | 63,743.70                       | 8,321,785.44                    | 233,848.81                                 | 553,297.96   | 184,699.28 | 9.39                            |
| 1963                            | 66,292.20                       | 8,396,695.50                    | 255,251.50                                 | 578,048.39   | 198,230.96 | 9.65                            |
| 1964                            | 74,200.10                       | 8,650,432.74                    | 289,695.91                                 | 612,855.45   | 222,498.68 | 9.91                            |
| 1965                            | 75,167.90                       | 8,840,958.37                    | 305,339.19                                 | 653,056.39   | 230,271.45 | 10.20                           |
| 1966                            | 80,844.60                       | 9,084,922.35                    | 324,301.38                                 | 697,972.28   | 241,147.84 | 10.52                           |
| 1967                            | 90,005.50                       | 9,420,801.54                    | 341,620.63                                 | 741,333.02   | 256,364.52 | 10.84                           |
| 1968                            | 93,887.20                       | 9,739,836.54                    | 371,381.91                                 | 793,836.44   | 273,133.19 | 11.18                           |
| 1969                            | 102,176.20                      | 10,106,581.57                   | 386,008.69                                 | 842,042.02   | 290,460.54 | 11.52                           |
| 1970                            | 113,950.70                      | 10,551,203.74                   | 410,662.94                                 | 889,254.95   | 308,241.81 | 11.91                           |
| 1971                            | 126,190.10                      | 11,059,978.79                   | 428,955.91                                 | 937,741.42   | 322,288.04 | 12.57                           |
| 1972                            | 132,279.10                      | 11,554,180.36                   | 465,188.72                                 | 991,863.81   | 342,280.10 | 13.30                           |
| 1973                            | 144,071.70                      | 12,092,810.51                   | 504,504.13                                 | 1,058,240.81 | 362,732.68 | 14.07                           |
| 1974                            | 154,746.50                      | 12,657,157.44                   | 536,447.75                                 | 1,132,270.53 | 378,127.96 | 14.90                           |
| 1975                            | 164,165.40                      | 13,231,927.66                   | 565,434.94                                 | 1,209,344.80 | 396,758.03 | 15.87                           |
| 1976                            | 183,773.80                      | 13,898,385.01                   | 596,934.00                                 | 1,302,487.43 | 422,722.14 | 16.60                           |
| 1977                            | 192,436.20                      | 14,557,443.85                   | 620,664.56                                 | 1,376,142.59 | 441,110.58 | 17.35                           |
| 1978                            | 222,167.30                      | 15,364,891.46                   | 678,876.69                                 | 1,474,580.86 | 486,246.60 | 18.22                           |
| 1979                            | 240,320.70                      | 16,218,310.08                   | 750,647.44                                 | 1,603,927.23 | 538,780.56 | 19.37                           |
| 1980                            | 267,817.50                      | 17,173,979.91                   | 828,710.13                                 | 1,768,827.88 | 589,513.34 | 20.62                           |
| 1981                            | 283,797.10                      | 18,144,866.63                   | 893,062.44                                 | 1,909,829.99 | 619,633.20 | 21.32                           |
| 1982                            | 304,010.10                      | 19,155,347.63                   | 879,326.50                                 | 2,002,028.21 | 593,931.99 | 22.01                           |
| Continúa en la siguiente página |                                 |                                 |                                            |              |            |                                 |

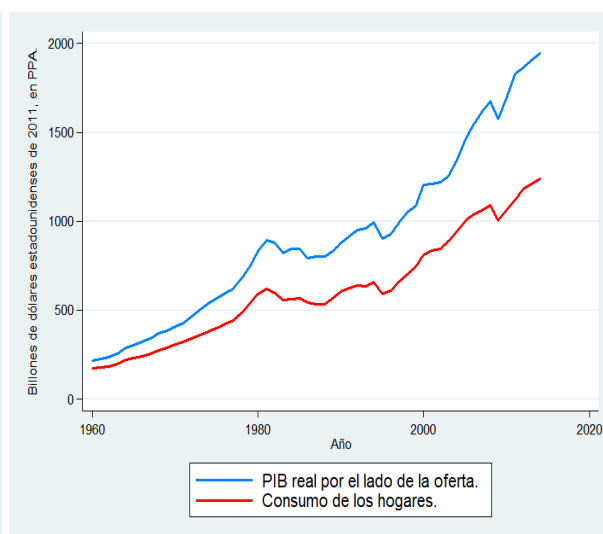
| Tabla A.1 – Continuación de la página anterior |            |               |              |              |              |       |
|------------------------------------------------|------------|---------------|--------------|--------------|--------------|-------|
| 1983                                           | 277,666.50 | 19,925,686.90 | 821,239.38   | 2,003,920.12 | 555,188.21   | 22.06 |
| 1984                                           | 276,765.70 | 20,629,099.10 | 845,523.88   | 2,050,790.27 | 564,042.13   | 22.94 |
| 1985                                           | 287,511.20 | 21,337,314.46 | 847,114.50   | 2,067,068.47 | 569,188.93   | 24.04 |
| 1986                                           | 293,555.50 | 22,025,017.32 | 791,244.50   | 2,053,338.64 | 544,165.19   | 24.79 |
| 1987                                           | 306,194.40 | 22,728,428.97 | 801,227.63   | 2,087,582.76 | 533,709.35   | 25.64 |
| 1988                                           | 305,849.40 | 23,381,427.86 | 802,082.69   | 2,116,302.08 | 534,379.26   | 26.54 |
| 1989                                           | 360,555.30 | 24,255,272.08 | 828,844.63   | 2,157,297.66 | 565,398.00   | 27.55 |
| 1990                                           | 317,042.30 | 24,868,100.94 | 880,263.69   | 2,256,466.92 | 606,979.93   | 28.58 |
| 1991                                           | 330,133.20 | 25,502,242.91 | 914,965.50   | 2,339,822.14 | 623,034.67   | 29.53 |
| 1992                                           | 332,780.10 | 26,109,529.43 | 950,663.50   | 2,450,286.64 | 636,708.33   | 30.62 |
| 1993                                           | 338,067.20 | 26,703,802.61 | 960,177.63   | 2,520,370.92 | 636,561.64   | 31.76 |
| 1994                                           | 351,528.20 | 27,320,767.01 | 994,086.75   | 2,603,783.76 | 655,931.55   | 32.93 |
| 1995                                           | 331,596.60 | 27,821,128.22 | 904,550.50   | 2,566,014.23 | 590,850.74   | 32.71 |
| 1996                                           | 345,766.10 | 28,351,288.45 | 925,872.06   | 2,561,345.17 | 611,265.59   | 34.11 |
| 1997                                           | 368,644.80 | 28,943,326.93 | 989,398.13   | 2,658,745.94 | 658,129.41   | 36.15 |
| 1998                                           | 388,356.90 | 29,580,596.64 | 1,053,905.13 | 2,809,008.44 | 701,043.36   | 37.17 |
| 1999                                           | 390,516.50 | 30,193,895.59 | 1,083,262.25 | 2,905,166.23 | 745,432.25   | 37.70 |
| 2000                                           | 396,066.40 | 30,797,496.63 | 1,203,299.00 | 3,175,982.83 | 810,125.74   | 38.61 |
| 2001                                           | 410,697.90 | 31,424,945.03 | 1,211,920.88 | 3,327,409.33 | 834,651.45   | 38.72 |
| 2002                                           | 411,967.70 | 32,027,454.67 | 1,217,542.00 | 3,438,709.88 | 845,106.74   | 39.60 |
| 2003                                           | 437,757.50 | 32,691,859.65 | 1,254,356.75 | 3,615,620.30 | 889,450.55   | 39.89 |
| 2004                                           | 438,856.70 | 33,330,203.09 | 1,345,215.25 | 3,865,621.98 | 938,959.70   | 41.24 |
| 2005                                           | 463,993.20 | 34,024,595.12 | 1,458,527.50 | 4,233,511.26 | 1,003,458.52 | 41.54 |
| 2006                                           | 476,565.20 | 34,730,440.43 | 1,542,631.00 | 4,455,786.46 | 1,037,419.83 | 43.07 |
| 2007                                           | 479,786.80 | 35,416,961.96 | 1,615,148.88 | 4,725,840.95 | 1,062,234.90 | 43.90 |
| 2008                                           | 492,979.70 | 36,117,027.10 | 1,677,677.25 | 5,062,665.79 | 1,091,889.64 | 45.01 |
| 2009                                           | 475,903.10 | 36,735,448.65 | 1,573,495.00 | 5,157,438.21 | 1,003,503.14 | 44.60 |
| 2010                                           | 463,782.50 | 37,292,090.21 | 1,694,513.63 | 5,455,239.21 | 1,065,108.85 | 48.30 |
| 2011                                           | 484,164.80 | 37,888,682.84 | 1,830,819.13 | 5,878,632.00 | 1,119,146.11 | 48.62 |
| 2012                                           | 496,299.50 | 38,498,596.52 | 1,862,728.75 | 5,961,895.35 | 1,183,334.69 | 50.83 |
| 2013                                           | 490,129.70 | 39,067,517.68 | 1,906,050.25 | 6,214,725.23 | 1,211,443.79 | 51.17 |
| 2014                                           | 481,128.80 | 39,589,446.53 | 1,945,966.25 | 6,404,476.03 | 1,236,879.29 | 51.41 |
| 2015                                           | 481,974.60 | 40,094,870.04 | 1,935,545.37 | 6,341,989.90 | 1,255,526.78 | 52.79 |
| 2016                                           | 485,424.10 | 40,591,976.75 | 1,991,915.53 | 6,513,998.58 | 1,301,902.63 | 53.96 |
| 2017                                           | 492,769.50 | 41,092,017.27 | 2,042,110.34 | 6,698,768.63 | 1,343,820.50 | 54.88 |

Fuente: Elaboración propia con datos observados de (Gilfillan et al., 2019; UNFCCC, 2019; BP, 2019) y (Feenstra et al., 2015)

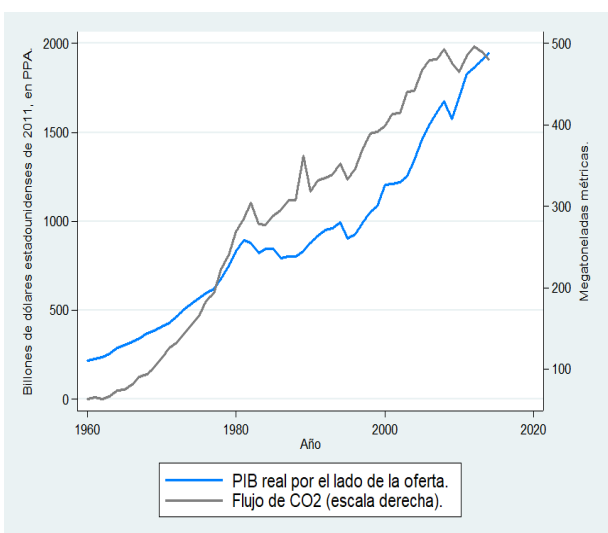
Figura A.1: Datos utilizados para México, 1960–2017.



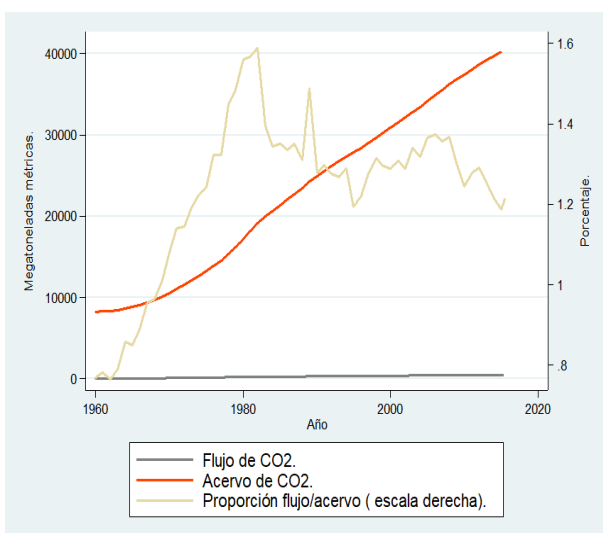
(a) Acervo de capital físico y fuerza laboral.



(b) PIB real y consumo de los hogares.



(c) PIB real y flujo de emisiones de CO<sub>2</sub>.

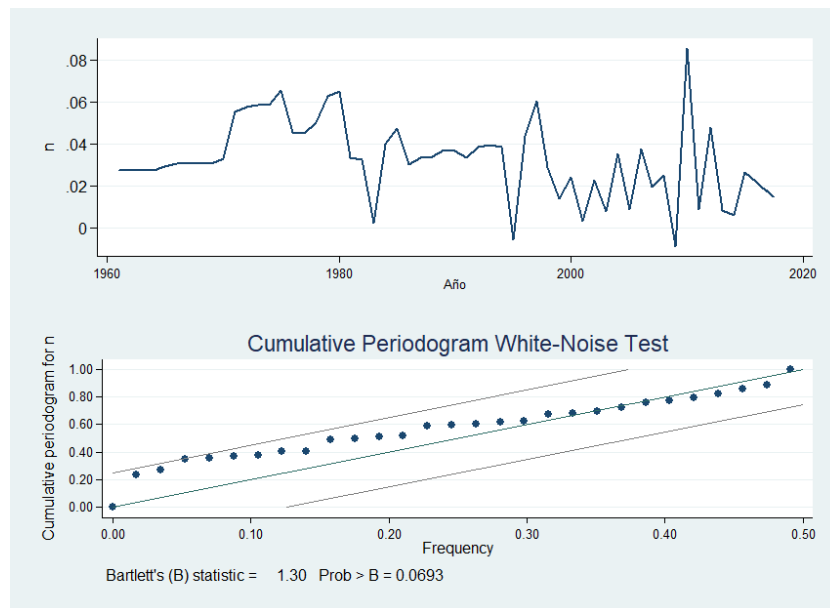


(d) Acervo y flujo de emisiones de CO<sub>2</sub>.

## Anexo B

# Tasa de crecimiento de la fuerza laboral

Figura B.1: Tasa de crecimiento de la fuerza laboral como constante exógena,  $n$ .



(a) Tasa de crecimiento anual de la fuerza laboral, México, 1960–2017, y Prueba de Bartlett

| Variable | Obs | Mean     | Std. Dev. | Min       | Max     |
|----------|-----|----------|-----------|-----------|---------|
| n        | 57  | .0326176 | .0188686  | -.0091773 | .083018 |

(b) Estadísticos principales

## **Anexo C**

### **Identificación y verificación ARMAX**

Tabla C.1: Identificación del modelo ARMAX de  $\ln y_t$ .

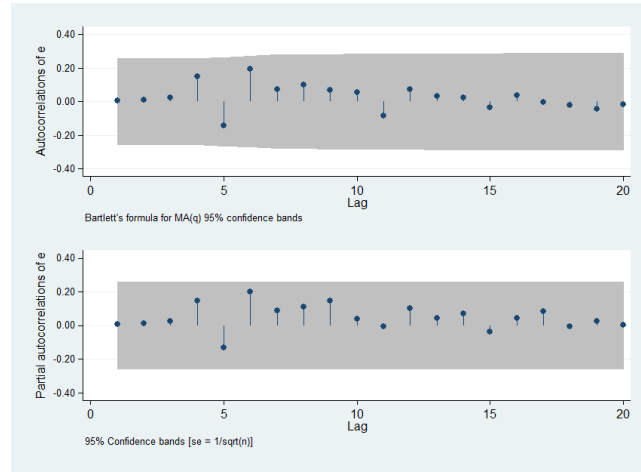
| Variable                                | Modelo 1                                      | Modelo 2                                     |
|-----------------------------------------|-----------------------------------------------|----------------------------------------------|
| $\ln y_t$                               | Coef.                                         | Coef.                                        |
| $\ln k_t$                               | 0.848<br>[0.0000]                             | 0.808<br>[0.0000]                            |
| $\ln A$                                 | 0.737<br>[0.6394]                             | 1.206<br>[0.5143]                            |
| $\phi_1$                                | 0.977<br>[0.0000]                             | 0.962<br>[0.0000]                            |
| $\theta_1$                              | —                                             | 0.239<br>[0.0591]                            |
| sigma                                   | 0.027<br>[0.0000]                             | 0.027<br>[0.0000]                            |
| Significancia                           |                                               |                                              |
| $\phi_1 = 0$                            | $\chi^2(1) = 1181.11$<br>$p > \chi^2 = 0.000$ | $\chi^2(1) = 637.19$<br>$p > \chi^2 = 0.000$ |
| $\theta_1 = 0$                          | —                                             | $\chi^2(1) = 3.56$<br>$p > \chi^2 = 0.0591$  |
| Completitud dinámica                    |                                               |                                              |
| AIC                                     | -241.712                                      | -242.731                                     |
| BIC                                     | -233.470                                      | -232.429                                     |
| Precisión del pronóstico para $\ln y_t$ |                                               |                                              |
| RMSE                                    | 0.02924                                       | 0.02757                                      |
| MAE                                     | 0.01962                                       | 0.01965                                      |
| MAPE                                    | 0.00189                                       | 0.00189                                      |
| Theil's U                               | 0.71344                                       | 0.69680                                      |

**Nota:** Los valores entre corchetes representan  $p > |z|$ .

Ningún modelo presentó en su matriz de correlaciones valores entre  $>0.5$  o  $<-0.5$ , excepto  $Côrr = (\ln k_t, \ln A)$ .

**Fuente:** Estimación propia.

Figura C.1: Verificación del modelo ARMAX de  $\ln y_t$  (3.9).



(a) FAC y FACP de  $\epsilon_t$ .

Augmented Dickey-Fuller test for unit root      Number of obs =      56

|           | Test Statistic | 1% Critical Value | 5% Critical Value | 10% Critical Value |
|-----------|----------------|-------------------|-------------------|--------------------|
| $Z(\tau)$ | -5.150         | -2.618            | -1.950            | -1.610             |

Interpolated Dickey-Fuller

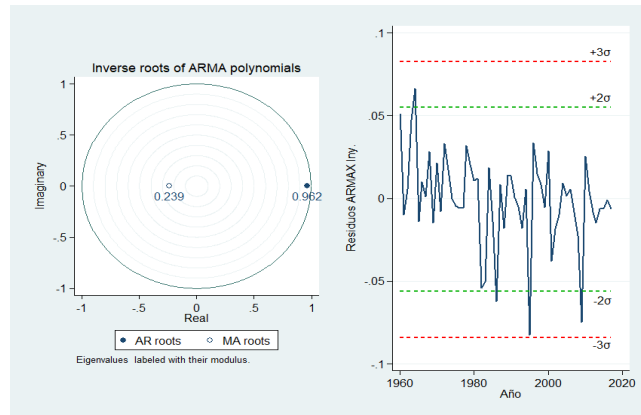
Portmanteau test for white noise

Portmanteau (Q) statistic = 16.5544  
 Prob > chi2(27) = 0.9415

Skewness/Kurtosis tests for Normality

| Variable | Obs | Pr(Skewness) | Pr(Kurtosis) | adj chi2(2) | joint Prob>chi2 |
|----------|-----|--------------|--------------|-------------|-----------------|
| e        | 58  | 0.0444       | 0.0398       | 7.38        | 0.0249          |

(b) Estacionariedad, comportamiento de ruido blanco y normalidad de  $\epsilon_t$ .



(c) Invertibilidad de  $\phi_1$  y  $\theta_1$  e intervalos de confianza  $(\pm 3\sigma_\epsilon)$  y  $(\pm 2\sigma_\epsilon)$  para  $\epsilon_t$ .

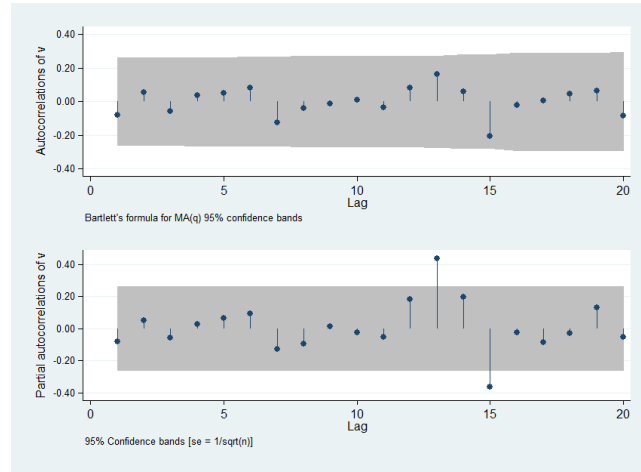
Tabla C.2: Identificación del modelo ARMAX de  $s_t$ .

| Variable                            | Modelo 1                                    | Modelo 2                                    | Modelo 3                                    |
|-------------------------------------|---------------------------------------------|---------------------------------------------|---------------------------------------------|
| $s_t$                               | Coef.                                       | Coef.                                       | Coef.                                       |
| $y_t$                               | 0.001<br>[0.0446]                           | 0.001<br>[0.0421]                           | 0.001<br>[0.0154]                           |
| $s_{t-1}$                           | 0.968<br>[0.0000]                           | 0.972<br>[0.0000]                           | 0.964<br>[0.0000]                           |
| $\phi_7$                            | —                                           | -0.185<br>[0.1891]                          | —                                           |
| $\phi_9$                            | -0.296<br>[0.1176]                          | -0.293<br>[0.1273]                          | -0.298<br>[0.1194]                          |
| $\phi_{11}$                         | —                                           | —                                           | -0.268<br>[0.2040]                          |
| sigma                               | 12.474<br>[0.0000]                          | 12.217<br>[0.0000]                          | 12.019<br>[0.0000]                          |
| Significancia                       |                                             |                                             |                                             |
| $\phi_7 = 0$                        | —                                           | $\chi^2(1) = 1.72$<br>$p > \chi^2 = 0.1891$ | —                                           |
| $\phi_9 = 0$                        | $\chi^2(1) = 2.45$<br>$p > \chi^2 = 0.1176$ | $\chi^2(1) = 2.32$<br>$p > \chi^2 = 0.1273$ | $\chi^2(1) = 2.43$<br>$p > \chi^2 = 0.1194$ |
| $\phi_{11} = 0$                     | —                                           | —                                           | $\chi^2(1) = 1.61$<br>$p > \chi^2 = 0.2040$ |
| Completitud dinámica                |                                             |                                             |                                             |
| AIC                                 | 458.279                                     | 458.193                                     | 457.042                                     |
| BIC                                 | 466.451                                     | 468.409                                     | 467.257                                     |
| Precisión del pronóstico para $s_t$ |                                             |                                             |                                             |
| RMSE                                | 12.51075                                    | 12.26723                                    | 12.10249                                    |
| MAE                                 | 9.25821                                     | 9.17507                                     | 9.21159                                     |
| MAPE                                | 0.01115                                     | 0.01106                                     | 0.01110                                     |
| Theil's U                           | 0.91250                                     | 0.89544                                     | 0.88372                                     |

**Nota:** Los valores entre corchetes representan  $p > |z|$ . Ningún modelo presentó en su matriz de correlaciones valores entre  $>0.5$  o  $<-0.5$ , excepto  $Côrr = (y_t, s_{t-1})$ .

**Fuente:** Estimación propia.

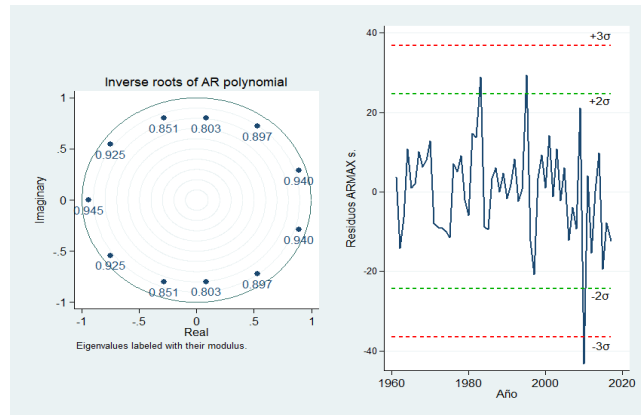
Figura C.2: Verificación del modelo ARMAX de  $s_t$  (3.14).



(a) FAC y FACP de  $v_t$ .

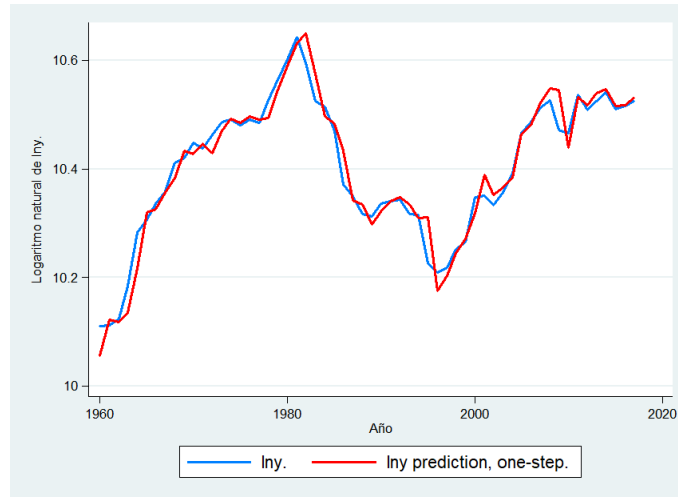
|                                            |             |                            |                 |           |
|--------------------------------------------|-------------|----------------------------|-----------------|-----------|
| Augmented Dickey-Fuller test for unit root |             |                            | Number of obs = | 55        |
| <hr/>                                      |             |                            |                 |           |
|                                            |             | Interpolated Dickey-Fuller |                 |           |
| Test                                       | 1% Critical | 5% Critical                | 10% Critical    |           |
| Statistic                                  | Value       | Value                      | Value           |           |
| <hr/>                                      |             |                            |                 |           |
| Z(t)                                       | -5.027      | -2.618                     | -1.950          | -1.610    |
| <hr/>                                      |             |                            |                 |           |
| Portmanteau test for white noise           |             |                            |                 |           |
| <hr/>                                      |             |                            |                 |           |
| Portmanteau (Q) statistic =                | 14.1912     |                            |                 |           |
| Prob > chi2(26) =                          | 0.9704      |                            |                 |           |
| <hr/>                                      |             |                            |                 |           |
| Skewness/Kurtosis tests for Normality      |             |                            |                 |           |
|                                            |             |                            | joint           |           |
| Variable                                   | Obs         | Pr(Skewness)               | adj chi2(2)     | Prob>chi2 |
| <hr/>                                      |             |                            |                 |           |
| v                                          | 57          | 0.1595                     | 6.90            | 0.0317    |

(b) Estacionariedad, comportamiento de ruido blanco y normalidad de  $v_t$ .

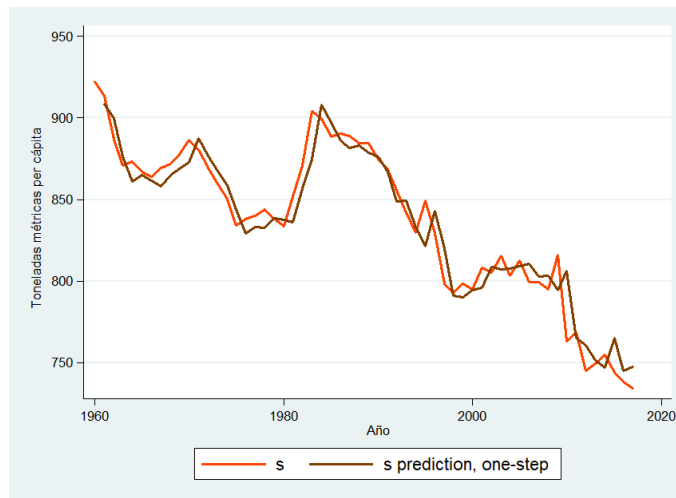


(c) Invertibilidad de  $\phi_9$  y  $\phi_{11}$  e intervalos de confianza  $(\pm 3\hat{\sigma}_v)$  y  $(\pm 2\hat{\sigma}_v)$  para  $v_t$ .

Figura C.3: Datos estimados por modelos ARMAX para México, 1960–2017.



(a)  $\ln y_t$  observado y pronosticado del modelo 2 (3.9).



(b)  $s_t$  observado y pronosticado del modelo 3 (3.14).

## Anexo D

*RCK ambiental vs. RCK original.*

## Anexo D. RCK ambiental vs. RCK original.

Figura D.1: Precio sombra del  $\text{CO}_2$  ( $\tau$ ), y porcentajes del modelo *RCK ambiental* respecto al modelo *RCK original*, para México.

| Parámetros, $\theta$ y $\vartheta$ . |                    |          |         |         |                     | Parámetros, $\theta$ y $\vartheta$ . |                    |          |         |         |         |
|--------------------------------------|--------------------|----------|---------|---------|---------------------|--------------------------------------|--------------------|----------|---------|---------|---------|
| $\theta = 0.05$                      |                    | $\tau$   | k       | c       | s                   | $\theta = 0.10$                      |                    | $\tau$   | k       | c       | s       |
|                                      | $\vartheta=1.0000$ | \$ 21.00 | 3.60%   | 11.29%  | 6.83%               |                                      | $\vartheta=1.0000$ | \$ 13.73 | 13.62%  | 25.27%  | 19.99%  |
|                                      | $\vartheta=1.1111$ | \$ 17.84 | 2.94%   | 9.75%   | 5.80%               |                                      | $\vartheta=1.1111$ | \$ 11.83 | 11.32%  | 22.10%  | 17.21%  |
|                                      | $\vartheta=1.2500$ | \$ 14.82 | 2.34%   | 8.25%   | 4.82%               |                                      | $\vartheta=1.2500$ | \$ 9.94  | 9.13%   | 18.89%  | 14.47%  |
|                                      | $\vartheta=1.4286$ | \$ 11.98 | 1.80%   | 6.80%   | 3.90%               |                                      | $\vartheta=1.4286$ | \$ 8.11  | 7.10%   | 15.71%  | 11.81%  |
|                                      | $\vartheta=1.6667$ | \$ 9.38  | 1.33%   | 5.43%   | 3.05%               |                                      | $\vartheta=1.6667$ | \$ 6.39  | 5.29%   | 12.64%  | 9.31%   |
|                                      | $\vartheta=2.0000$ | \$ 7.06  | 0.93%   | 4.18%   | 2.30%               |                                      | $\vartheta=2.0000$ | \$ 4.83  | 3.73%   | 9.76%   | 7.03%   |
|                                      | $\vartheta=2.5000$ | \$ 5.07  | 0.62%   | 3.07%   | 1.65%               |                                      | $\vartheta=2.5000$ | \$ 3.46  | 2.47%   | 7.16%   | 5.03%   |
|                                      | $\vartheta=3.3333$ | \$ 3.42  | 0.38%   | 2.13%   | 1.11%               |                                      | $\vartheta=3.3333$ | \$ 2.32  | 1.51%   | 4.93%   | 3.38%   |
|                                      | $\vartheta=5.0000$ | \$ 2.15  | 0.21%   | 1.37%   | 0.70%               |                                      | $\vartheta=5.0000$ | \$ 1.43  | 0.83%   | 3.13%   | 2.09%   |
| $\vartheta=10.0000$                  | \$ 1.22            | 0.11%    | 0.80%   | 0.40%   | $\vartheta=10.0000$ | \$ 0.80                              | 0.40%              | 1.79%    | 1.16%   |         |         |
| Parámetros, $\theta$ y $\vartheta$ . |                    |          |         |         |                     | Parámetros, $\theta$ y $\vartheta$ . |                    |          |         |         |         |
| $\theta = 0.20$                      |                    | $\tau$   | k       | c       | s                   | $\theta = 0.30$                      |                    | $\tau$   | k       | c       | s       |
|                                      | $\vartheta=1.0000$ | \$ 5.62  | 59.20%  | 68.37%  | 65.48%              |                                      | $\vartheta=1.0000$ | \$ 1.85  | 92.11%  | 94.05%  | 93.58%  |
|                                      | $\vartheta=1.1111$ | \$ 5.17  | 53.41%  | 63.41%  | 60.26%              |                                      | $\vartheta=1.1111$ | \$ 1.81  | 90.21%  | 92.59%  | 92.01%  |
|                                      | $\vartheta=1.2500$ | \$ 4.65  | 46.75%  | 57.50%  | 54.11%              |                                      | $\vartheta=1.2500$ | \$ 1.77  | 87.38%  | 90.41%  | 89.68%  |
|                                      | $\vartheta=1.4286$ | \$ 4.04  | 39.34%  | 50.62%  | 47.07%              |                                      | $\vartheta=1.4286$ | \$ 1.70  | 83.07%  | 87.04%  | 86.08%  |
|                                      | $\vartheta=1.6667$ | \$ 3.38  | 31.47%  | 42.91%  | 39.31%              |                                      | $\vartheta=1.6667$ | \$ 1.59  | 76.40%  | 81.75%  | 80.46%  |
|                                      | $\vartheta=2.0000$ | \$ 2.68  | 23.63%  | 34.66%  | 31.18%              |                                      | $\vartheta=2.0000$ | \$ 1.42  | 66.40%  | 73.57%  | 71.84%  |
|                                      | $\vartheta=2.5000$ | \$ 1.99  | 16.39%  | 26.34%  | 23.20%              |                                      | $\vartheta=2.5000$ | \$ 1.18  | 52.77%  | 61.87%  | 59.67%  |
|                                      | $\vartheta=3.3333$ | \$ 1.37  | 10.31%  | 18.56%  | 15.96%              |                                      | $\vartheta=3.3333$ | \$ 0.88  | 36.99%  | 47.26%  | 44.78%  |
|                                      | $\vartheta=5.0000$ | \$ 0.86  | 5.75%   | 11.89%  | 9.96%               |                                      | $\vartheta=5.0000$ | \$ 0.58  | 22.15%  | 31.97%  | 29.60%  |
| $\vartheta=10.0000$                  | \$ 0.47            | 2.76%    | 6.77%   | 5.51%   | $\vartheta=10.0000$ | \$ 0.33                              | 11.01%             | 18.67%   | 16.82%  |         |         |
| Parámetros, $\theta$ y $\vartheta$ . |                    |          |         |         |                     | Parámetros, $\theta$ y $\vartheta$ . |                    |          |         |         |         |
| $\theta = 0.40$                      |                    | $\tau$   | k       | c       | s                   | $\theta = 0.50$                      |                    | $\tau$   | k       | c       | s       |
|                                      | $\vartheta=1.0000$ | \$ 0.62  | 98.74%  | 99.04%  | 98.98%              |                                      | $\vartheta=1.0000$ | \$ 0.25  | 99.75%  | 99.80%  | 99.80%  |
|                                      | $\vartheta=1.1111$ | \$ 0.62  | 98.50%  | 98.86%  | 98.79%              |                                      | $\vartheta=1.1111$ | \$ 0.25  | 99.72%  | 99.78%  | 99.77%  |
|                                      | $\vartheta=1.2500$ | \$ 0.62  | 98.16%  | 98.59%  | 98.51%              |                                      | $\vartheta=1.2500$ | \$ 0.25  | 99.68%  | 99.76%  | 99.75%  |
|                                      | $\vartheta=1.4286$ | \$ 0.62  | 97.60%  | 98.17%  | 98.06%              |                                      | $\vartheta=1.4286$ | \$ 0.25  | 99.63%  | 99.72%  | 99.70%  |
|                                      | $\vartheta=1.6667$ | \$ 0.61  | 96.61%  | 97.41%  | 97.26%              |                                      | $\vartheta=1.6667$ | \$ 0.25  | 99.55%  | 99.65%  | 99.63%  |
|                                      | $\vartheta=2.0000$ | \$ 0.60  | 94.65%  | 95.90%  | 95.65%              |                                      | $\vartheta=2.0000$ | \$ 0.25  | 99.40%  | 99.54%  | 99.51%  |
|                                      | $\vartheta=2.5000$ | \$ 0.58  | 90.14%  | 92.40%  | 91.95%              |                                      | $\vartheta=2.5000$ | \$ 0.25  | 99.08%  | 99.29%  | 99.25%  |
|                                      | $\vartheta=3.3333$ | \$ 0.52  | 79.08%  | 83.62%  | 82.73%              |                                      | $\vartheta=3.3333$ | \$ 0.24  | 98.16%  | 98.58%  | 98.51%  |
|                                      | $\vartheta=5.0000$ | \$ 0.40  | 57.39%  | 65.43%  | 63.86%              |                                      | $\vartheta=5.0000$ | \$ 0.23  | 93.82%  | 95.20%  | 94.97%  |
| $\vartheta=10.0000$                  | \$ 0.25            | 31.69%   | 41.43%  | 39.52%  | $\vartheta=10.0000$ | \$ 0.19                              | 70.28%             | 76.18%   | 75.21%  |         |         |
| Parámetros, $\theta$ y $\vartheta$ . |                    |          |         |         |                     | Parámetros, $\theta$ y $\vartheta$ . |                    |          |         |         |         |
| $\theta = 0.60$                      |                    | $\tau$   | k       | c       | s                   | $\theta = 0.65$                      |                    | $\tau$   | k       | c       | s       |
|                                      | $\vartheta=1.0000$ | \$ 0.11  | 99.94%  | 99.95%  | 99.95%              |                                      | $\vartheta=1.0000$ | \$ 0.08  | 99.97%  | 99.97%  | 99.97%  |
|                                      | $\vartheta=1.1111$ | \$ 0.11  | 99.93%  | 99.95%  | 99.95%              |                                      | $\vartheta=1.1111$ | \$ 0.08  | 99.97%  | 99.97%  | 99.97%  |
|                                      | $\vartheta=1.2500$ | \$ 0.11  | 99.93%  | 99.95%  | 99.94%              |                                      | $\vartheta=1.2500$ | \$ 0.08  | 99.97%  | 99.97%  | 99.97%  |
|                                      | $\vartheta=1.4286$ | \$ 0.11  | 99.93%  | 99.94%  | 99.94%              |                                      | $\vartheta=1.4286$ | \$ 0.08  | 99.97%  | 99.97%  | 99.97%  |
|                                      | $\vartheta=1.6667$ | \$ 0.11  | 99.92%  | 99.94%  | 99.94%              |                                      | $\vartheta=1.6667$ | \$ 0.08  | 99.97%  | 99.97%  | 99.97%  |
|                                      | $\vartheta=2.0000$ | \$ 0.11  | 99.92%  | 99.93%  | 99.93%              |                                      | $\vartheta=2.0000$ | \$ 0.08  | 99.96%  | 99.97%  | 99.97%  |
|                                      | $\vartheta=2.5000$ | \$ 0.11  | 99.90%  | 99.92%  | 99.92%              |                                      | $\vartheta=2.5000$ | \$ 0.08  | 99.96%  | 99.97%  | 99.97%  |
|                                      | $\vartheta=3.3333$ | \$ 0.11  | 99.88%  | 99.90%  | 99.90%              |                                      | $\vartheta=3.3333$ | \$ 0.08  | 99.96%  | 99.97%  | 99.97%  |
|                                      | $\vartheta=5.0000$ | \$ 0.11  | 99.80%  | 99.85%  | 99.84%              |                                      | $\vartheta=5.0000$ | \$ 0.08  | 99.96%  | 99.97%  | 99.97%  |
| $\vartheta=10.0000$                  | \$ 0.11            | 99.23%   | 99.41%  | 99.38%  | $\vartheta=10.0000$ | \$ 0.08                              | 99.96%             | 99.97%   | 99.97%  |         |         |
| Parámetros, $\theta$ y $\vartheta$ . |                    |          |         |         |                     | Parámetros, $\theta$ y $\vartheta$ . |                    |          |         |         |         |
| $\theta = 0.70$                      |                    | $\tau$   | k       | c       | s                   | $\theta = 0.80$                      |                    | $\tau$   | k       | c       | s       |
|                                      | $\vartheta=1.0000$ | \$ 0.06  | 99.98%  | 99.99%  | 99.98%              |                                      | $\vartheta=1.0000$ | \$ 0.03  | 99.99%  | 99.99%  | 99.99%  |
|                                      | $\vartheta=1.1111$ | \$ 0.06  | 99.98%  | 99.99%  | 99.98%              |                                      | $\vartheta=1.1111$ | \$ 0.03  | 99.99%  | 100.00% | 100.00% |
|                                      | $\vartheta=1.2500$ | \$ 0.06  | 99.98%  | 99.99%  | 99.99%              |                                      | $\vartheta=1.2500$ | \$ 0.03  | 99.99%  | 100.00% | 100.00% |
|                                      | $\vartheta=1.4286$ | \$ 0.06  | 99.98%  | 99.99%  | 99.99%              |                                      | $\vartheta=1.4286$ | \$ 0.03  | 99.99%  | 100.00% | 100.00% |
|                                      | $\vartheta=1.6667$ | \$ 0.06  | 99.98%  | 99.99%  | 99.99%              |                                      | $\vartheta=1.6667$ | \$ 0.03  | 100.00% | 100.00% | 100.00% |
|                                      | $\vartheta=2.0000$ | \$ 0.06  | 99.98%  | 99.99%  | 99.99%              |                                      | $\vartheta=2.0000$ | \$ 0.03  | 100.00% | 100.00% | 100.00% |
|                                      | $\vartheta=2.5000$ | \$ 0.06  | 99.99%  | 99.99%  | 99.99%              |                                      | $\vartheta=2.5000$ | \$ 0.03  | 100.00% | 100.00% | 100.00% |
|                                      | $\vartheta=3.3333$ | \$ 0.06  | 99.99%  | 99.99%  | 99.99%              |                                      | $\vartheta=3.3333$ | \$ 0.03  | 100.00% | 100.00% | 100.00% |
|                                      | $\vartheta=5.0000$ | \$ 0.06  | 99.99%  | 99.99%  | 99.99%              |                                      | $\vartheta=5.0000$ | \$ 0.03  | 100.00% | 100.00% | 100.00% |
| $\vartheta=10.0000$                  | \$ 0.06            | 100.00%  | 100.00% | 100.00% | $\vartheta=10.0000$ | \$ 0.03                              | 100.00%            | 100.00%  | 100.00% |         |         |
| Parámetros, $\theta$ y $\vartheta$ . |                    |          |         |         |                     | Parámetros, $\theta$ y $\vartheta$ . |                    |          |         |         |         |
| $\theta = 0.90$                      |                    | $\tau$   | k       | c       | s                   | $\theta = 1$                         |                    | $\tau$   | k       | c       | s       |
|                                      | $\vartheta=1.0000$ | \$ 0.02  | 100.00% | 100.00% | 100.00%             |                                      | $\vartheta=1.0000$ | \$ 0.01  | 100.00% | 100.00% | 100.00% |
|                                      | $\vartheta=1.1111$ | \$ 0.02  | 100.00% | 100.00% | 100.00%             |                                      | $\vartheta=1.1111$ | \$ 0.01  | 100.00% | 100.00% | 100.00% |
|                                      | $\vartheta=1.2500$ | \$ 0.02  | 100.00% | 100.00% | 100.00%             |                                      | $\vartheta=1.2500$ | \$ 0.01  | 100.00% | 100.00% | 100.00% |
|                                      | $\vartheta=1.4286$ | \$ 0.02  | 100.00% | 100.00% | 100.00%             |                                      | $\vartheta=1.4286$ | \$ 0.01  | 100.00% | 100.00% | 100.00% |
|                                      | $\vartheta=1.6667$ | \$ 0.02  | 100.00% | 100.00% | 100.00%             |                                      | $\vartheta=1.6667$ | \$ 0.01  | 100.00% | 100.00% | 100.00% |
|                                      | $\vartheta=2.0000$ | \$ 0.02  | 100.00% | 100.00% | 100.00%             |                                      | $\vartheta=2.0000$ | \$ 0.01  | 100.00% | 100.00% | 100.00% |
|                                      | $\vartheta=2.5000$ | \$ 0.02  | 100.00% | 100.00% | 100.00%             |                                      | $\vartheta=2.5000$ | \$ 0.01  | 100.00% | 100.00% | 100.00% |
|                                      | $\vartheta=3.3333$ | \$ 0.02  | 100.00% | 100.00% | 100.00%             |                                      | $\vartheta=3.3333$ | \$ 0.01  | 100.00% | 100.00% | 100.00% |
|                                      | $\vartheta=5.0000$ | \$ 0.02  | 100.00% | 100.00% | 100.00%             |                                      | $\vartheta=5.0000$ | \$ 0.01  | 100.00% | 100.00% | 100.00% |
| $\vartheta=10.0000$                  | \$ 0.02            | 100.00%  | 100.00% | 100.00% | $\vartheta=10.0000$ | \$ 0.01                              | 100.00%            | 100.00%  | 100.00% |         |         |

Nota: La elasticidad de sustitución intertemporal constante,  $\eta$ , es igual a la inversa de la elasticidad de la utilidad marginal del consumo,  $\vartheta$ .

Fuente: Estimación propia.

# Bibliografía

- Acemoglu, D. (2009). *Introduction to Modern Economic Growth*. Princeton: Princeton University Press.
- Almon, C. (1999). *The Craft of Economic Modeling*. Needham Heights, Massachusetts: Ginn Press, 4 ed.
- Barrientos Cruz, A. R., Méndez Salazar, M. A., y Welsh Rodríguez, C. M. (2019). Análisis inter-temporal de la contaminación por gases de efecto invernadero: Avances teóricos y perspectivas para México. *Digital Ciencia @UAQRO*, 12(1), 60–68.
- Barro, R. J. (1974). Are Government Bonds Net Wealth? *Journal of Political Economy*, 82(6), 1095–1117.
- Barro, R. J., y Sala-i-Martin, X. (2004). *Economic Growth*. Massachusetts: MIT Press, 2 ed.
- Bator, F. M. (1958). The Anatomy of Market Failure. *The Quarterly Journal of Economics*, 72(3), 351–379.
- Baumol, W. J., y Oates, W. E. (1988). *The Theory of Environmental Policy*. Cambridge: Cambridge University Press, 2 ed.
- Becker, R. A. (1982). Intergenerational Equity: The Capital-Environment Trade-Off. *Journal of Environmental Economics and Management*, 9, 165–185.
- Begon, M., Townsend, C. R., y Harper, J. L. (2006). *Ecology: From Individuals to Ecosystems*. Massachusetts: Wiley-Blackwell Publishing, 4 ed.
- Bellman, R. E. (1957). *Dynamic Programming*. Princeton, New Jersey: Princeton University Press.
- Berkovitz, L. D. (1961). Variational Methods in Problems of Control and Programming. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 3, 145–169.
- Blades, D. (2000). Maintaining consistent time-series of National Accounts. Rep. tec., OECD, ADB/ESCAP Workshop on Re-basing and Linking of National Accounts Series.
- Bouwman, A. F., Kram, T., y Goldewijk, K. K. (2006). Integrated modelling of global environmental change. Rep. tec., Netherlands Environmental Assessment Agency.
- Bovenberg, A. L., y Smulders, S. (1995). Environmental Quality and Pollution-Augmenting Technological Change in a Two-Sector Endogenous Growth Model. *Journal of Public Economics*, 57(3), 369–391.
- BP (2019). Statistical Review of World Energy. BP p.l.c., UK : Energy economics. Available at: <https://www.bp.com/en/global/corporate/energy-economics/statistical-review-of-world-energy.html>.
- Brock, W. (1977). A Polluted Golden Age. En V. L. Smith (Ed.) *Economics of Natural and Environmental Resources*, (pp. 441–462). New York: Gordon and Breach.
- Buchanan, J. M., y Stubblebine, W. C. (1962). Externality. *Economica*, 29(116), 371–384.
- Cass, D. (1965). Optimum Growth in an Aggregative Model of Capital Accumulation. *The Review of Economic Studies*, 32(3), 233–240.
- CDIAC (2019a). The Global Carbon Atlas. *Carbon Dioxide Information Analysis Center*, USA: CDIAC Resources. Available at: <http://www.globalcarbonatlas.org>.
- CDIAC (2019b). Global, regional, and national fossil-fuel CO<sub>2</sub> emissions. *Carbon Dioxide Information Analysis Center*, USA: World bank. Available at: <http://cdiac.ess-dive.lbl.gov>.
- Coase, R. H. (1960). The Problem of Social Cost. *Journal of Law & Economics*, 3, 1–44.
- Correa, V., Escandón, A., Luengo, R., y Venegas, J. (2002). Empalme PIB: Series Anuales y Trimestrales 1986–1995, Base 1996. Rep. tec., Banco Central de Chile.
- Costanza, R., Norgaard, R., Daly, H., Goodland, R., y Cumberland, J. (1999). Problemas y Principios de la Economía Ecológica. En R. Costanza, R. Norgaard, H. Daly, R. Goodland, y J. Cumberland (Eds.) *Una Introducción a la Economía Ecológica*, (pp. 85–192). México: Compañía Editorial Continental.
- Daly, H. E. (1990). Toward Some Operational Principles of Sustainable Development. *Ecological Economics*, 2, 1–6.
- Dantzig, G. B. (1966). Linear Control Processes and Mathematical Programming. *SIAM Journal on Control*, 4, 56–60.

- EDGAR (2019). CH<sub>4</sub> and N<sub>2</sub>O emissions (kt) for Mexico. *Emission Database for Global Atmospheric Research*, USA: World bank. Available at: <https://datos.bancomundial.org/indicador/EN.ATM.METH.KT>.
- Feenstra, R. C., Inklaar, R., y Timmer, M. P. (2015). The Next Generation of the Penn World Table. *American Economic Review*, 105(10), 3150–3182. Available for download at: <https://www.ggdc.net/pwt>.
- Fisher, A. C. (1981). *Resource and Environmental Economics*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Forster, B. A. (1973). Optimal Capital Accumulation in a Polluted Environment. *Southern Economic Journal*, 39(4), 544–547.
- Georgescu-Roegen, N. (1986). The Entropy Law and the Economic Process in Retrospect. *Eastern Economic Journal*, 12(1), 3–25.
- Gilfillan, D., Marland, G., Boden, T., y Andres, R. (2019). Global, Regional, and National Fossil-Fuel CO<sub>2</sub> Emissions. *Carbon Dioxide Information Analysis Center at Appalachian State University*, Boone North Carolina: CDIAC. Available at: <https://energy.appstate.edu/research/work-areas/cdiac-appstate>.
- Gruver, G. W. (1976). Optimal Investment in Pollution Control Capital in a Neoclassical Growth Context. *Journal of Environmental Economics and Management*, 3, 165–177.
- Havráněk, T., Horváth, R., Iršová, Z., y Rusnak, M. (2015). Cross-Country Heterogeneity in Intertemporal Substitution. *Journal of International Economics*, 96(1), 100–118.
- Hexeberg, B. (2000). Implementing the 1993 SNA: Backward revision of national accounts data. Rep. tec., SNA News.
- INECC (2019). Inventario Nacional de Emisiones de Gases y Compuestos de Efecto Invernadero (INEGyCEI). *Instituto Nacional de Ecología y Cambio Climático*, México : Datos y Recursos. Available at: <http://www.inecc.gob.mx>.
- INECC-SEMARNAT (2015). *Primer Informe Bienal de Actualización ante la Convención Marco de las Naciones Unidas sobre el Cambio Climático*. México: INECC/Semarnat.
- INEGI (2019). Banco de Información Económica. *Instituto Nacional de Estadística y Geografía*, México : BIE. Available at: <https://www.inegi.org.mx/sistemas/bie/>.
- IPCC (2001a). Climate Change 2001: Mitigation. Third Assessment Report of Working Group III of the IPCC. Rep. tec., Cambridge University Press.
- IPCC (2001b). Climate Change 2001: The Scientific Basis. Third Assessment Report of Working Group I of the IPCC. Rep. tec., Cambridge University Press.
- IPCC (2013). Climate Change 2013: The Physical Science Basis. Working Group I Contribution to the Fifth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change. Rep. tec., Cambridge University Press.
- IPCC (2014). Climate Change 2014: Mitigation of Climate Change. Working Group III Contribution to the Fifth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change. Rep. tec., Cambridge University Press.
- Itaya, J. (2008). Can Environmental Taxation Stimulate Growth? The Role of Indeterminacy in Endogenous Growth Models with Environmental Externalities. *Journal of Economic Dynamics & Control*, 32, 1156–1180.
- Keeler, E., Spence, M., y Zeckhauser, R. (1971). The Optimal Control of Pollution. *Journal of Economic Theory*, 4, 19–34.
- Kitous, A., Criqui, P., Bellevrat, E., y Chateau, B. (2010). Transformation Patterns of the Worldwide Energy System-Scenarios for the Century with the POLES Model. *The Energy Journal*, 31(1), 49–82. Special Issue 1: The Economics of Low Stabilization.
- Kober, T., Van Der Zwaan, B., y Rösler, H. (2014). Emission certificate trade and costs under regional burden-sharing regimes for a 2° c climate change control target. *Climate Change Economics*, 5(1), 1440001.
- Koopmans, T. C. (1965). On the Concept of Optimal Economic Growth. *Pontificiae Academiae Scientiarum scripta varia*, 28, 225–300.
- Landa Rivera, G., Reynès, F., Islas Cortes, I., Bellocq, F.-X., y Grazi, F. (2016). Towards a Low Carbon Growth in Mexico: Is a Double Dividend Possible? A Dynamic General Equilibrium Assessment. *Energy Policy*, 96, 314–327.
- Lomelí, H., y Rumbos, B. (2001). *Métodos Dinámicos en Economía. Otra Búsqueda del Tiempo Perdido*. México: Just in Time Press.
- Loría, E., y de Jesús, L. (2007). Los Acervos de Capital de México. Una Estimación, 1980.I-2004.IV. *El Trimestre Económico*, 74(294), 475–485.

- Lusky, R. (1976). A Model of Recycling and Pollution Control. *The Canadian Journal of Economics/Revue canadienne d'économique*, 9(1), 91–101.
- Mäler, K. G. (1974). *Environmental Economics: A Theoretical Inquiry*. Baltimore: The John Hopkins University Press.
- Mas-Colell, A., Whinston, M. D., y Green, J. R. (1995). *Microeconomic Theory*. New York: Oxford University Press.
- Mishan, E. J. (1971). The Postwar Literature on Externalities: An Interpretative Essay. *Journal of Economic Literature*, 9(1), 1–28.
- Musu, I. (1989). Optimal Accumulation and Control of Environmental Quality. Nota di Lavoro N. 8903, Università degli Studi di Venezia.
- Nicholson, W. (2005). *Teoría Microeconómica. Principios básicos y ampliaciones*. México: Cengage Learning.
- NOAA (2020). Trends in Atmospheric Carbon Dioxide. *National Oceanic and Atmospheric Administration, USA* : Global Greenhouse Gas Reference Network. Available at: <https://www.esrl.noaa.gov/gmd/ccgg/trends/gl.trend.html>.
- Nordhaus, W. (1982). How Fast Should We Graze the Global Commons? *The American Economic Review*, 72(2), 242–246.
- Nordhaus, W. D. (1992). The “DICE” Model: Background and Structure of a Dynamic Integrated Climate-Economy Model of the Economics of Global Warming. Cowles Foundation Discussion Papers 1009, Cowles Foundation for Research in Economics, Yale University.
- Nordhaus, W. D., y Yang, Z. (1996). A Regional Dynamic General-Equilibrium Model of Alternative Climatic Change Strategies. *The American Economic Review*, 86(4), 741–765.
- Octaviano, C., Paltsev, S., y Gurgel, A. C. (2016). Climate change policy in Brazil and Mexico. *Energy economics*, 56, 600–614.
- ONU (1998). *Protocolo de Kyoto de la convención marco de las naciones unidas sobre el cambio climático*. New York: Naciones unidas.
- Paltsev, S., Reilly, J. M., Jacoby, H. D., Eckaus, R. S., McFarland, J. R., Sarofim, M. C., Asadoorian, M. O., y Babiker Mustafa, H. M. (2005). The MIT Emissions Prediction and Policy Analysis (EPPA) Model: Version 4. Rep. tec., Massachusetts Institute of Technology.
- Park, H., y Philippopoulos, A. (2016). Environmental Ramsey Policy and Sustainable Balanced Growth. *Review of Development Economics*, 20(2), 488–501.
- Pearce, D. W., y Turner, K. R. (1990). *Economics of Natural Resources and the Environment*. Baltimore: The Johns Hopkins University Press.
- Pérez, R., y Ruiz, J. (2007). Global and local indeterminacy and optimal environmental public policies in an economy with public abatement activities. *Economic Modelling*, 24, 431–452.
- Perman, R., Ma, Y., McGilvray, J., y Common, M. (2003). *Natural Resource and Environmental Economics*. London: Pearson, 3 ed.
- Pigou, A. C. (1920). *The Economics of Welfare*. London: Macmillan, 4 ed.
- Plourde, C. G. (1972). A Model of Waste Accumulation and Disposal. *The Canadian Journal of Economics/Revue canadienne d'économique*, 5(1), 119–125.
- Pontryagin, L. S., Boltyansky, V. G., Gamkrelidze, R. V., y Mishchenko, E. F. (1962). *The Mathematical Theory of Optimal Processes*. New York: Wiley-Interscience.
- Ramsey, F. P. (1928). A Mathematical Theory of Saving. *The Economic Journal*, 38(152), 543–559.
- Randall, A. (1983). The Problem of Market Failure. *Natural Resources Journal*, 23(1), 131–148.
- Renner, S., Lay, J., y Greve, H. (2017). Household Welfare and CO<sub>2</sub> Emission Impacts of Energy and Carbon Taxes in Mexico. GIGA Working Papers, No. 301, German Institute of Global and Area Studies (GIGA).
- Rösler, H., Van Der Zwaan, B., Keppo, I., y Bruggink, J. (2014). Electricity versus hydrogen for passenger cars under stringent climate change control. *Sustainable Energy Technologies and Assessments*, 5, 106–118.
- Sala-i-Martin, X. (2000). *Apuntes de Crecimiento Económico*. Barcelona: Antoni Bosch, 2 ed.
- Saltari, E., y Travaglini, G. (2017). Optimal Waste Control with Abatement Capital. *Journal of Evolutionary Economics*, 27, 1157–1180.
- Shiau, A., Kilpatrick, J., y Matthews, M. (2002). Seven Percent Growth for Mexico? A Quantitative Assessment of Mexico's Investment Requirements. *Journal of Policy Modeling*, 24, 781–798.
- Siebert, H., y Nixdorf, H. (1987). *Economics of the Environment. Theory and Policy*. Heidelberg: Springer, 7 ed.

- Smith, V. L. (1972). Dynamics of Waste Accumulation: Disposal versus Recycling. *The Quarterly Journal of Economics*, 86(4), 600–616.
- Smulders, S., y Gradus, R. (1996). Pollution Abatement and long-term Growth. *European Journal of Political Economy*, 12(3), 505–532.
- Sonnemann, S. R., y Grygalsky, M. (2013). Effective CO<sub>2</sub> lifetime and future CO<sub>2</sub> levels based on fit function. *Annales Geophysicae*, 31(9), 1591–1596.
- Sotomayor, J. (1979). *Lições de Equações Diferenciais Ordinárias*. Rio de Janeiro: Instituto de Matemática Pura e Aplicada.
- Sue Wing, I., Daenzer, K., Fisher-Vanden, K., y Calvin, K. (2011). Phoenix Model Documentation. Rep. tec., Boston University-Pennsylvania State University-Pacific Northwest National Laboratory.
- Tahvonen, O. (1991). On the Dynamics of Renewable Resource Harvesting and Pollution Control. *Environmental and Resource Economics*, 1(1), 97–117.
- Tahvonen, O., y Kuuluvainen, J. (1993). Economic Growth, Pollution, and Renewable Resources. *Journal of Environmental Economics and Management*, 24(1), 101–118.
- Tahvonen, O., y Salo, S. (1996). Nonconvexities in Optimal Pollution Accumulation. *Journal of Environmental Economics and Management*, 31(2), 160–177.
- Tahvonen, O., y Withagen, C. (1996). Optimality of Irreversible Pollution Accumulation. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 20(9–10), 1775–1795.
- Turvey, R. (1963). On Divergences between Social Cost and Private Cost. *Economica*, 30(119), 309–313.
- UNFCCC (2019). National Inventory Submissions 2019. *United Nations Framework Convention on Climate Change*, Bonn Germany: UNFCCC. Available at: <https://unfccc.int/process-and-meetings/transparency-and-reporting/reporting-and-review-under-the-convention/greenhouse-gas-inventories-annex-i-parties/national-inventory-submissions-2019>.
- Van Der Ploeg, F., y Withagen, C. (1991). Pollution Control and the Ramsey Problem. *Environmental and Resource Economics*, 1, 215–236.
- Van Der Zwaan, B., Calvin, K. V., y Clarke, L. E. (2016). Climate Mitigation in Latin America: Implications for Energy and Land Use: Introduction to the Special Section on the findings of the CLIMACAP-LAMP project. *Energy Economics*, 56, 495–498.
- Van Der Zwaan, B., Keppo, I., y Johnsson, F. (2013). How to decarbonize the transport sector? *Energy Policy*, 61, 562–573.
- Varian, H. R. (1992). *Análisis Microeconómico*. Barcelona: Antoni Bosch, 3 ed.
- Veysey, J., Octaviano, C., Calvin, K., Herreras Martinez, S., Kitous, A., McFarland, J., y Van Der Zwaan, B. (2016). Pathways to Mexico's Climate Change Mitigation Targets: A multi-model analysis. *Energy Economics*, 56, 587–599.
- Wei, W. W. (2006). *Time Series Analysis. Univariate and Multivariate Methods*. United States of America: Pearson Education, 2 ed.
- Wise, M., y Calvin, K. (2011). GCAM 3.0 Agriculture and Land Use: Technical Description of Modeling Approach. Rep. tec., Pacific Northwestern National Laboratory.
- Withagen, C. (1995). Pollution, Abatement and Balanced Growth. *Environmental and Resource Economics*, 5(1), 1–8.
- Xepapadeas, A. P. (1992). Environmental Policy, Adjustment Costs, and Behavior of the Firm. *Journal of Environmental Economics and Management*, 23(3), 258–275.